



Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Сумський державний педагогічний університет
імені А. С. Макаренка
Кафедра математики

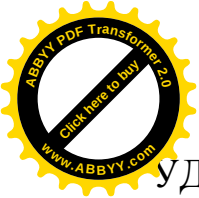
Методичні матеріали

щодо організації навчального процесу з курсу
«Лінійна алгебра та аналітична геометрія»
за кредитно-модульною системою навчання
для студентів I курсу спеціальностей
6.040203 – Фізика* та 6.040302 – Інформатика*

Суми

Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка

2012



УДК 512.64+514.12]:371.315(075.8)

ББК 22.143+22.151.5я73

М 54

Затверджено Вченою радою фізико-математичного факультету СумДПУ
імені А. С. Макаренка протокол № 2 від 29 вересня 2011 р.

Укладач: кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри математики СумДПУ
імені А. С. Макаренка **О. О. Одінцова**

Рецензенти:

А. О. Розуменко – доцент кафедри математики СумДПУ
імені А. С. Макаренка, кандидат пед. наук;

Т. Д. Лукашова – доцент кафедри математики СумДПУ
імені А. С. Макаренка, кандидат фіз.-мат. наук

М 54 Методичні матеріали щодо організації навчального процесу з
курсу «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» за кредитно-
модульною системою навчання для студентів І курсу
спеціальності 6.040203– Фізика* та 6.040302 – Інформатика* //
Уклад. О. О. Одінцова. – Суми : Вид-во СумДПУ імені
А. С. Макаренка, 2012. – 52 с.

УДК 512.64+514.12]:371.315(075.8)

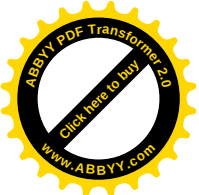
ББК 22.143+22.151.5я73



Опис предмета навчальної дисципліни
«Лінійна алгебра та аналітична геометрія»

Курс I Підготовка бакалаврів	Напрямок, спеціальність, освітньо- кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів, відповідних ECTS: 4 Змістових модулів: 4 Загальна кількість годин: 144 Тижневих годин: 3 (I семестр) 2 (II семестр)	Шифр та назва напрямку: 0101 – Педагогічна освіта Шифр та назва спеціальностей: 6.040203– Фізика* та 6.040302 – Інформатика* Освітньо- кваліфікаційний рівень: бакалавр педагогічної освіти	Обов'язкова Рік підготовки: 1 Семестри: 1 і 2 Лекції (теоретична підготовка): 46 годин Практичні: 46 годин Самостійна робота: 52 години Вид підсумкового контролю: I семестр – екзамен II семестр – залік

Мета: Дати студентам фундаментальну підготовку у галузях лінійної алгебри, векторної аналізу, аналітичної геометрії (на площині та в просторі), забезпечити вироблення навичок розв'язання основних типів задач у вказаних розділах математики, забезпечити матеріалом інші дисципліни математичного циклу, а також дисципліни фізичного циклу та циклу інформатики.



У результаті вивчення дисципліни **студенти повинні:**

знати:

- основні поняття стосовно систем лінійних рівнянь, визначників, матриць, векторних та лінійних просторів, лінійних операторів, квадратичних форм, а також основні поняття аналітичної геометрії на площині та в просторі;
- найголовніші теоретичні положення вищезазначених розділів;
- основні методи розв’язання типових задач;

вміти:

- розв’язувати основні типи задач, передбачених програмою;
- будувати та досліджувати геометричні об’єкти за їх аналітичними умовами.



І СЕМЕСТР

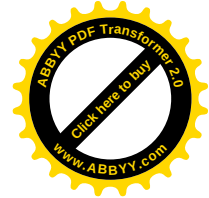
Структура залікового кредиту курсу

Тема	Кількість годин, відведених на		
	лекції	практичні заняття	самостійну роботу
Змістовий модуль І. Системи лінійних рівнянь. Визначники			
Тема 1. Системи лінійних рівнянь	6	6	6
Тема 2. Визначники. Їх застосування	4	6	6
Змістовий модуль ІІ. Елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії			
Тема 1. Вектори	4	2	6
Тема 2. Елементи аналітичної геометрії	12	10	10
Усього годин	26	24	28

Розподіл балів, що присвоюються студентам:

Змістовий модуль І. Системи лінійних рівнянь. Визначники				Змістовий модуль ІІ. Елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії				Всього
Відвідування, дом. робота, відповіді*	Контр. робота №1	Індивідуаль- на робота №1	Колоквіум	Відвідування, дом. робота, відповіді*	Контр. робота №2	Індивідуаль- на робота № 2	Колоквіум	
24	11	5	8	28	11	5	8	
48				52				100

* у тому числі: відвідування лекцій – 1 бал, відвідування практичних занять – 1 бал, виконання домашньої роботи – 1 бал.



Змістовий модуль I

Системи лінійних рівнянь. Визначники

Тематика лекцій

Тема 1. Системи лінійних рівнянь.

Зміст. Вступ до предмету. Множини. Рівність множин. Підмножини. Круги Ейлера-Венна. Основні числові множини. Дії над множинами. Властивості цих дій. Системи лінійних рівнянь. Основні поняття. Елементарні перетворення систем лінійних рівнянь. Метод Гаусса.

Тема 2. Визначники. Їх застосування.

Зміст. Системи лінійних рівнянь 2, 3-го порядку. Правило Крамера для таких систем. Перестановки. Інверсії. Детермінант (визначник) n -го порядку. Властивості детермінантів. Алгебраїчні доповнення та мінори. Практичне обчислення визначників. Обчислення деяких видів визначників. Правило Крамера для довільних систем n -го порядку. Однорідні системи лінійних рівнянь.

Питання, що виносяться на самостійне опрацювання

1. Найпростіші властивості визначників. (Див., наприклад, [1, Р.ІІ, §1], [2, Ч.1, Р.1, §1] [3, Гл.1, §1], [6, Гл.XVII, §4], [8, §§24– 25]).

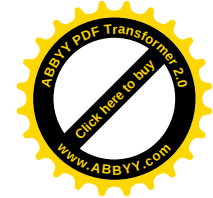
Зміст практичних занять (12 годин)

Заняття №1

Тема: Множини. Дії над ними.

Теоретичні питання:

1. Поняття множини. Порожня множина. Скінченні та нескінченні множини. Приклади.
2. Способи задання множин. Коли вважається, що множину задано?



3. Основні числові множини: означення та позначення.
4. Рівні множини. Приклади. Підмножина, надмножина. Приклади.
5. Дії над множинами: перетин, об'єднання, різниця. Означення цих дій, їх властивості.

Практичні задачі:

[1], [2, Ч.1] №№ 1.1(непарні), 1.2 (непарні), 1.3, 1.6, 1.5(1),
[11] № 3.13.

Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] №№ 1.1(парні), 1.2 (парні), 1.4, 1.5(2), 1.7- на 3 бали.

Література: [1, Р.1, §1, п.1.1], [3, §4], [4, Гл.2, §1].

Заняття №2, 3 (практичне + індивідуальне заняття)

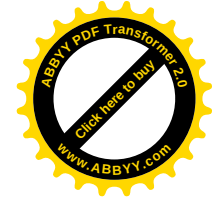
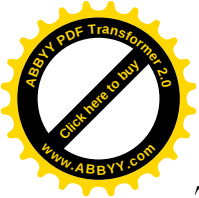
Тема: Метод Гаусса.

Теоретичні питання:

1. Лінійне рівняння. Його розв'язок.
2. Системи лінійних рівнянь (СЛР): означення, розв'язок, загальний запис. Еквівалентні системи.
3. Види СЛР в залежності від: кількості розв'язків (несумісна, сумісна, визначена, невизначена), стовпчика вільних членів.
4. Основна та розширені матриці СЛР.
5. Нульові та суперечливі рівняння: їх означення, розв'язок та вплив на розв'язок СЛР, що їх містять.
6. Елементарні перетворення СЛР. Теорема про такі перетворення.
7. Метод Гаусса: можливі варіанти на останньому етапі.

Практичні задачі:

[1], [2, Ч.1] № 2.16 (2, 3, 5),
[14] №№ 400, 411.



Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] № 2.16(1, 4),

[14] №№ 403, 410.

Література: [1, Р.2, §5, п.п.5.1, 5.3], [2, Ч.1, Р.2, §5, п.п.5.1, 5.3] [3, Гл.1, §3, п.п.3.1, 3.4], [4, §22], [8, Гл.5, §3].

Заняття № 4

Тема: Системи 2, 3-го порядку.

Теоретичні питання:

1. Системи лінійних рівнянь 2-го порядку. Основне зауваження для них. Який спосіб використовують для виведення формул Крамера для СЛР 2-го порядку?
2. Означення визначника 2-го порядку. Формули Крамера для СЛР 2-го порядку. Зауваження до них.
3. Системи лінійних рівнянь 3-го порядку. Основне зауваження для них. Визначник 3-го порядку. Правило Сарюса.
4. Формули Крамера для СЛР 3-го порядку. Зауваження до них.

На початку заняття самотійна робота (на 5 балів, наведено один із варіантів):

$$\text{Розв'язати систему методом Гаусса: } \begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 3x - y + 5z = 2. \end{cases}$$

Практичні задачі:

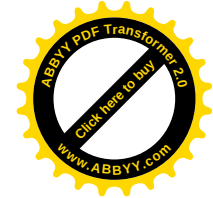
[1], [2, Ч.1] №№ 2.1(непарні), 2.14(1, 3), 2.15(1, 3),

[12] № 13 (b),

[1], [2, Ч.1] №№ 2.2 (1, 3, 5), 2.14 (4, 6).

Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] №№ 2.1(парні), 2.14 (2,5),



[12] № 13 (с).

Література: [1, Р.1, §2, §5, п.5.2], [2, Ч.1, Р.1, §2, §5, п.5.2], [3, Гл.1, §1, п.1.1, §3, п.3.2], [4, §24, п.24.1].

Заняття № 5

Тема: Визначник n -го порядку. Властивості визначників.

Теоретичні питання:

1. Перестановки, інверсії, транспозиції.
2. Означення визначника n -го порядку. Його закономірності.
3. Властивості визначників n -го порядку.
4. Мінори та алгебраїчні доповнення елементів матриці. Зв'язок між ними. Розклад визначника за елементами рядка (стовпчика) матриці.
5. Визначники: трикутної матриці, Вандермонда.
6. Практичне обчислення визначників: зведення до нулів у рядку (стовпчику), зведення до трикутного виду.

На початку заняття *самостійна робота* (на 4 бали, наведено один із варіантів):

Розв'язати за формулами Крамера:
$$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 3x - y + 5z = 2. \end{cases}$$

Практичні задачі:

[11] №№ 20.1(б, г), 20.2, 20.7, 21.1 (а, в),

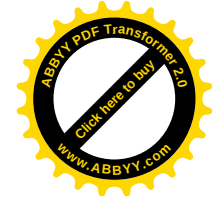
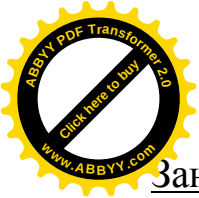
[1], [2, Ч.1] №№ 2.3 (1, 3), 2.4 (непарні), 2.5 (1), 2.6 (непарні).

Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] №№ 2.3(4), 2.4 (парні), 2.5(2), 2.6(парні),

[11] №№ 20.1(в, д), 21.1(б, г).

Література: [1, Р.2, §2], [2, Ч.1, Р.2, §2], [3, Гл.1, §1, п.п.1.2–1.3], [8, Гл.6, §§4–5].



Заняття № 6

Контрольна робота №1.

Наведено завдання, подібні до тих, що буде запропоновано на контрольній роботі, та кількість балів за правильне їх виконання.

1. [1бал]

Довести за допомогою кругів Ейлера-Венна

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

2. [3 бали]

Розв'язати методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -2, \\ 3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 5, \\ 4x_1 - 8x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -3. \end{cases}$$

3. [4 бали]

Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}.$$

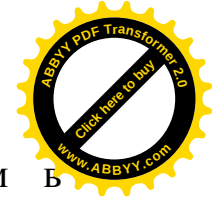
4. [3 бали]

Якою є система лінійних рівнянь в залежності від значень λ :

$$\begin{cases} \lambda x + (10 + \lambda)y = -1, \\ (\lambda - 10)x + (\lambda + 1)y = 2. \end{cases}$$

Питання до колоквіуму № 1

1. Множини. Способи задання множин.
2. Рівність множин. Підмножини. Круги Ейлера-Венна.
3. Основні числові множини.
4. Дії над множинами: перетин, об'єднання, різниця. Властивості цих дій.



5. Системи лінійних рівнянь. Основні поняття. Види систем Б залежності від кількості розв'язків.
6. Нульові та суперечливі рівняння, їх вплив на розв'язок СЛР, що їх містить.
7. Елементарні перетворення систем лінійних рівнянь.
8. Метод Гаусса: його кроки та можливі варіанти на останньому кроці.
9. Системи 2, 3-го порядку, відповідні визначники. Правило Крамера для цих систем. Зауваження до цього правила.
10. Перестановки. Інверсії. Детермінант n -го порядку: означення, закономірності.
11. Властивості детермінантів.
12. Алгебраїчні доповнення та мінори.
13. Правило Крамера для довільних систем n -го порядку.
14. Однорідні системи.

Індивідуальна робота №1

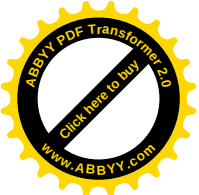
з теми: « Множини. Системи лінійних рівнянь. Визначники»

(У кожному завданні вибирається той номер, що відповідає остачі при діленні порядкового номеру студента у списку групи на 5. Якщо номер ділиться націло, то розв'язується п'ятий номер завдання.)

Завдання 1. [0,5 бала]

Зобразити кругами Ейлера – Венна. Написати, яка множина буде результуючою.

- 1) а) $(A \cup B) \setminus C$; б) $(A \setminus B) \cup C$, де A - множина трикутників, B - множина рівнобедрених трикутників, а C - множина рівносторонніх трикутників.
- 2) а) $A \setminus (B \cap C)$; б) $(A \cup B) \cap C$, де A - множина паралелограмів, B - множина прямокутників, а C - множина ромбів.



3) а) $(A \setminus B) \cap C$, б) $A \cup (B \cap C)$, де A - множина трикутників, B - множина прямокутних трикутників, а C - множина рівнобедрених трикутників.

4) а) $A \setminus (B \cap C)$, б) $(A \cap B) \cup C$, де A - множина паралелограмів, B - множина ромбів, а C - множина квадратів.

5) а) $A \cap (B \cup C)$, б) $A \setminus (B \cap C)$, A - множина трикутників, B - множина прямокутних трикутників, а C - множина рівнобедрених трикутників.

Завдання 2. [1 бал]

Розв'язати :

а) за формулами Крамера;

б) методом Гаусса;

$$1) \begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 3x - y + 5z = 2; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 7x - 9y + 11z = 4, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 4x - 3y + 9z = 5; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x + y + z = -1, \\ -3x + 6y - 2z = 1, \\ 3x - y + 5z = 2; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x - 7y + z = 0, \\ 3x - y + 5z = 2, \\ x - 2y + 4z = 3; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 6x - 7y + 17z = 11, \\ 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3. \end{cases}$$

Завдання 3. [1,5 бала]

Обчислити визначник:

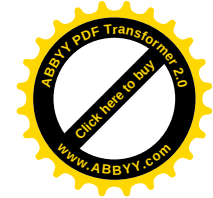
а) отримавши нулі в i -му рядку;

б) розклавши його за елементами j -го стовбця;

в) звівши до трикутного вигляду.

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}, i=4, j=3.$$

$$2) \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}, i=4, j=2.$$



$$3) \begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}, i=2, j=4.$$

$$4) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}, i=2, j=3.$$

$$5) \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}, i=4, j=2.$$

Завдання 4. [2 бали]

Розв'язати системи методом Гаусса. У випадку невизначеної системи знайти її загальний розв'язок.

$$1) \text{ а) } \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13; \end{cases}$$

$$2) \text{ а) } \begin{cases} 10x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7, \\ 12x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 8, \\ 8x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 10, \\ 15x_1 + 20x_2 + 5x_3 + 15x_4 = 20, \\ 12x_1 + 16x_2 + 4x_3 + 12x_4 = 16; \end{cases}$$

$$3) \text{ а) } \begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 3, \\ -2x_1 + 11x_2 - 5x_3 - 9x_4 = -2, \\ -2x_1 - 12x_2 + 6x_3 + 10x_4 = 0; \end{cases}$$

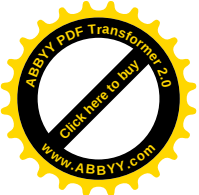
$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 5x_4 = 6, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 8x_4 = 10; \end{cases}$$

$$4) \text{ а) } \begin{cases} x_1 - 17x_2 + 8x_3 + 14x_4 = 1, \\ -2x_1 + 11x_2 - 5x_3 - 9x_4 = -2, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -3x_1 - 4x_2 - x_3 - 6x_4 = -7, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 5x_4 = 6, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13; \end{cases}$$

$$5) \text{ а) } \begin{cases} 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3, \\ 10x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7, \\ 8x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 10, \\ 12x_1 + 16x_2 + 4x_3 + 12x_4 = 16. \end{cases}$$



Методичні рекомендації до виконання індивідуальної роботи:

- починайте виконувати ті завдання, що здаються вам зрозумілими і легкими;
- обов'язково докладно вивчить теорію відповідного розділу та розберіть приклади, розв'язані у лекціях або підручнику;
- також обов'язково аналізуйте умову завдання.

Змістовий модуль II

Елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії

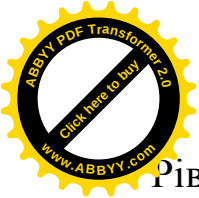
Тематика лекційних занять

Тема 1. Вектори.

Зміст. Поняття вектора, його модуль. Колінеарні, рівні, компланарні вектори. Вільні, зв'язані вектори. Додавання, віднімання векторів. Добуток вектора на число. Властивості дій над векторами. Скалярний та векторний добутки векторів, їх властивості. Геометричний та фізичний змісти скалярного та векторного добутків векторів.

Тема 2. Елементи аналітичної геометрії.

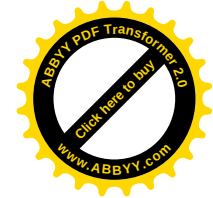
Зміст. Системи векторів: лінійно залежні та лінійно незалежні. Базис простору. Декартова та полярна системи координат. Метод координат. Дії над векторами у координатах. Ділення відрізка на площині у заданому відношенні. Центр тяжіння системи матеріальних точок. Основні задачі аналітичної геометрії. Рівняння лінії на площині. Пряма на площині: способи задання, різні види рівнянь. Взаємне розташування прямих. Криві 2-го порядку: еліпс, гіпербола, парабола: канонічні рівняння у прямокутній декартовій системі координат, основні властивості цих ліній.



Рівняння поверхні та лінії в просторі. Площина та пряма у просторі. способи задання, взаємне розташування. Основні поверхні 2-го порядку: циліндричні та конічні поверхні, еліпсоїди, одно- та двопорожнинний гіперболоїди, еліптичний та гіперболічний параболоїди.

Питання, що виносяться на самостійне опрацювання

1. Дії над векторами: додавання, віднімання, множення на число. Означення, відповідні побудови, властивості цих дій. (Див. [1, Р.2, §1], [2, Ч.1, Р.2, §1], [3, Гл.2, §1, п.1.2], [6, Гл.XVIII, §§2–4], [10, Ч.II, Гл.II, §§2–4]).
2. Напрямні косинуси вектора (Див. [1, Р.3, §2], [2, Ч.1, Р.3, §2], [3, Гл.2, §3], [6, Гл.XVIII, §8]).
3. Взаємне розташування прямих на площині (умови паралельності та перпендикулярності, кут між прямими). (Див. [1, Р.4, §2], [2, Ч.1, Р.4, §2], [3, Гл.3, §3], [6, Гл.III, §2], [10, Ч.I, Гл.III, §§7,8,10]).
4. Еліпс, гіпербола параболо: означення, канонічне рівняння, зв'язок між параметрами, асимптоти (для гіперболи), ексцентриситет, директриси. (Див. [1, Р.4, §6], [2, Ч.1, Р.4, §6], [3, Гл.3, §3], [6, Гл.IV], [10, Ч.I, Гл.IV]).
5. Взаємне розташування площин у просторі (умови паралельності та перпендикулярності, кут між ними). (Див. [1, Р.4, §5], [2, Ч.1, Р.4, §5], [3, Гл.3, §4, п.4.3], [10, Ч.IV, Гл.2, §§7–8]).
6. Взаємне розташування прямих у просторі (умови паралельності та перпендикулярності, кут між прямими). (Див. [1, Р.4, §4], [2, Ч.1, Р.4, §4], [3, Гл.3, §5, п.5.2], [10, Ч.II, Гл.V, §§3–4]).
7. Взаємне розташування прямих та площин у просторі (умови паралельності та перпендикулярності, кут між ними). (Див. [1, Р.4, §4], [2, Ч.1, Р.4, §4], [3, Гл.3, §5, п.5.3], [10, Ч.II, Гл.V, §§6–7]).



Зміст практичних занять (12 годин)

Заняття № 7

Тема: Вектори, дії над ними.

Теоретичні питання:

1. Вектори: означення, модуль. Нуль-вектор.
2. Колінеарні вектори. Рівні вектори.
3. Вільні, зв'язані та ковзні вектори.
4. Компланарні вектори.
5. Дії над векторами: додавання, віднімання, множення на число.
Правила побудов результатуючих векторів. Властивості цих дій.
6. Скалярний добуток векторів. Геометричний та фізичний змісти.
Властивості скалярного добутку.
7. Кут між векторами. Проекція вектора на інший вектор.
8. Векторний добуток векторів. Геометричний та фізичний змісти.
Властивості векторного добутку.

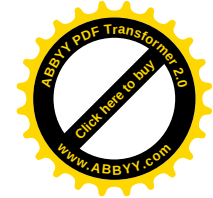
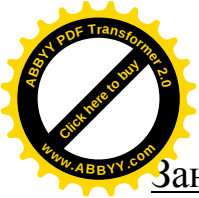
Практичні задачі:

[1], [2, Ч.1] №№ 3.1(1,2,3), 3.2, 3.4 (парні), 3.5 (непарні), 3.6, 3.11, 3.12, 3.14, 3.37 (3,4), 3.41 (1,2).
[16] № 801, 803, 808, 841.

Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] №№ 3.1(4,5), 3.3, 3.4(непарні), 3.5(парні), 3.13, 3.37(2), 3.41(3), 3.11– на 3 бали.
[16] № 802, 809, 840.

Література: [1, Р.2, §1], [2, Ч.1, Р.2, §1], [3, Гл.2, §1, п.1.2], [6, Гл.XVIII, §§2–4], [10, Ч.II, Гл.2, §§2–4].



Заняття № 8, 9

Тема: Метод координат.

Теоретичні питання:

1. Лінійні комбінації векторів. ЛЗ та ЛНЗ системи векторів. Приклади.
2. Базис простору. Приклади (на площині та у просторі). Ортонормований базис.
3. Декартова система координат та прямокутна декартова система координат. Координатні вісі та площини. Координати точки.
4. Основні формули методу координат.
5. Полярна система координат. Формули переходу від неї до прямокутної декартової системи та навпаки.

На початку заняття математичний диктант за формулами методу координат (2,5 бали).

Практичні задачі:

[1], [2, Ч.1] №№ 3.18(1,2), 3.20(2), 3.16, 3.21(А,С,Е), 3.35(1), 3.36(1), 3.38(1,3), 3.40, 3.32, 3.43(1), 3.33 (1,3), 3.34(1), 3.23(С,Е).

Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] №№ 3.18(3,4), 3.20(1), 3.21(В,Д,Ф), 3.35(2), 3.36(2), 3.38(2), 3.39, 3.32 3.43(2), 3.33 (2), 3.34(2), 3.23(Д,В).

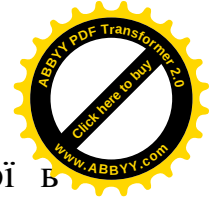
Література: [1, Р.3], [2, Ч.1, Р.3], [3, Гл.2, §§2–3], [10, Ч.І, Гл.І].

Заняття № 10

Тема: Пряма на площині.

Теоретичні питання:

1. Способи задання прямої на площині.
2. Види рівнянь прямої на площині: загальне, у відрізках на осях, канонічне, параметричне, через 2 точки, через кутовий коефіцієнт, нормальне.



3. Дослідження загального рівняння, тобто розташування прямої в системі координат у залежності від коефіцієнтів загального рівняння.
4. Взаємне розташування прямих на площині: умови паралельності та перпендикулярності, кут між прямими, точка перетину.

На початку заняття математичний диктант за різними рівняннями прямої на площині (2,5 бали).

Практичні задачі:

[1], [2, Ч.1] №№ 4.1, 4.2(4,3,2), 4.3(4), 4.4, 4.9, 4.13 (1), 4.20, 4.18,
[16] №№ 223, 264(3).

Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] №№ 4.2(1), 4.3(2,3), 4.5, 4.8, , 4.19, 4.21, 4.11 (на 5 балів)
[16] №№ 264(4), 292.

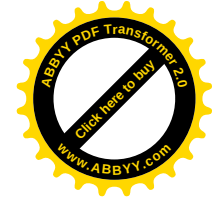
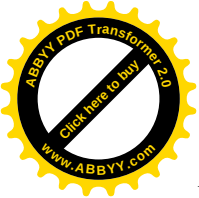
Література: [1, Р.4, §1], [2, Ч.1, Р.4, §1], [3, Гл.3, §3], [10, Ч.І, Гл.ІІІ].

Заняття № 11

Тема: Криві 2-го порядку.

Теоретичні питання:

1. Поняття рівняння лінії в прямокутній декартовій системі координат. Алгебраїчні та трансцендентні лінії.
2. Еліпс, його означення, канонічне рівняння, ексцентриситет, директриси. Правила побудови еліпса.
3. Гіпербола, її означення, канонічне рівняння, асимптоти, ексцентриситет, директриси. Правила побудови гіперболи.
4. Парабола, її означення, канонічне рівняння, параметр, ексцентриситет, директриса. Правило побудови параболи.



Практичні задачі:

[1], [2, Ч.1] (До кожної задачі слід зробити відповідні побудови)

№№ 4.29(2,4,6,8,10), 4.30(A_1 , A_3 , A_5), 4.35(2,4,6,8), 4.36(1,3,5,7), 4.39(1,3), 4.40.

Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] №№ 4.29 (1,3,5,7), 4.30, 4.35 (1,3,5,7), 4.36 (парні), 4.39 (парні).

Література: [1, Р.4, §6], [2, Ч.1, Р.4, §6], [3, Гл.3, §6], [10, Ч.I, Гл.IV].

Заняття № 12

Тема: Пряма і площина у просторі.

Теоретичні питання:

1. Способи задання площини у просторі. Види рівнянь площини: загальне, у відрізках на осях, через 3 точки, нормальне.
2. Дослідження загального рівняння площини, тобто розташування останньої в системі координат у залежності від коефіцієнтів цього рівняння.
3. Способи задання прямої в просторі. Види рівнянь прямої в просторі: канонічне, параметричне, через дві точки. Пряма як перетин 2-х площин.
4. Взаємне розташування 2-х площин у просторі: паралельність, перпендикулярність, кут між площинами, пряма перетину.
5. Взаємне розташування 2-х прямих у просторі: паралельність, мимобіжність, перпендикулярність, кут між прямими. Відстань між мимобіжними прямими.
6. Взаємне розташування прямої та площини у просторі: паралельність, перпендикулярність, кут між прямою та площиною, точка перетину.



На початку пари *математичний диктант* за видами рівнянь площини та прямої у просторі (на 3 бали).

Практичні задачі:

[1], [2, Ч.1] №№ 4.46 (3,2,4) (всі пункти з побудовою), 4.53 (1,3), 4.55 (по дві позиції), 4.56 (5), 4.66 (1,2,4), 4.67 (3,4), 4.68 (1,2), 4.69 (2) (написати рівняння медіани та висоти), 4.73(1), 4.80(1,3), 4.93(1).

Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] №№ 4.46(1,5) (всі пункти з побудовою), 4.49, 4.53(2,4), 4.55(1 позиція), 4.56 (4), 4.67 (2,5), 4.68 (3), 4.69 (3) (написати рівняння медіани та висоти), 4.73 (3), 4.80 (5), 4.93 (1).

Література: [1, Р.4, §§4–5], [2, Ч.1, Р.4, §§4–5], [3, Гл.3, §§4–5], [6, Гл.XIX, §§2–4], [10, Р.II, Гл.IV–V].

Заняття № 13

Контрольна робота №2.

Наведено завдання, подібні до тих, що буде запропоновано на контрольній роботі, а також кількість балів за правильне їх виконання.

1. [2 бали]

Записати канонічне рівняння кривої. Побудувати її. Вказати координати фокусів:

а) $25x^2 - 16y^2 = 400$,

б) $y^2 = -16x$,

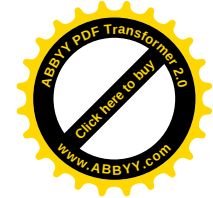
2. [3 бали]

Дано точки $A(2,-3,7)$, $B(6,-1,3)$, $C(3,-4,3)$. Записати:

а) рівняння прямої AB ;

б) рівняння площини $\alpha \perp AB$, що проходить через точку C ;

в) точку перетину прямої AB та площини α .



2. [2 бали]

Встановити, що прямі l_1 та l_2 мимобіжні, якщо:

$$l_1: \begin{cases} x = 6t + 9, \\ y = -2t, \\ z = 2 - t, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}, \quad l_2: \frac{x+5}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{-2}.$$

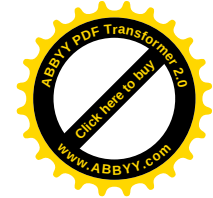
Знайти відстань між ними.

3. [4 бали]

Дано трикутник ABC координатами своїх вершин: $A(3, -3)$, $B(2, 0)$, $C(5, 9)$. Записати рівняння: медіани AK ; висоти AH . Обчислити: довжину медіани AK , кут між висотою AH та медіаною AK .

Питання до колоквіуму № 2

1. Вектори: означення, модуль. Нуль-вектор. Колінеарні вектори. Рівні вектори. Вільні, зв'язані вектори. Компланарні вектори.
2. Додавання, віднімання векторів. Добуток вектора на число. Властивості дій над векторами.
3. Скалярний добуток векторів, його властивості. Геометричний та фізичний змісти.
4. Застосування скалярного добутку: кут між векторами, проекція вектора на інший вектор.
5. Векторний добуток векторів. Геометричний та фізичний змісти. Властивості векторного добутку.
6. Лінійні комбінації векторів. ЛЗ та ЛНЗ системи векторів. Приклади.
7. Базис простору. Приклади. Ортонормований базис. Декартова система координат та прямокутна декартова система координат. Координатні вісі та площини. Координати точки.



8. Метод координат. Дії над векторами у координатах.
9. Ділення відрізка у заданому відношенні.
10. Центр тяжіння системи матеріальних точок.
11. Полярна система координат. Формули переходу від неї до прямокутної декартової системи та навпаки.
12. Основні задачі аналітичної геометрії. Рівняння лінії на площині.
13. Пряма на площині: способи задання. Різні види рівнянь прямої.
14. Дослідження загального рівняння, тобто розташування прямої в залежності від коефіцієнтів загального рівняння.
15. Взаємне розташування 2-х прямих на площині: умови паралельності та перпендикулярності, кут між прямими, точка перетину.
16. Поняття рівняння лінії в прямокутній декартовій системі координат. Алгебраїчні та трансцендентні лінії.
17. Еліпс, його означення, канонічне рівняння, ексцентриситет, директриси. Правила побудови еліпса.
18. Гіпербола, її означення, канонічне рівняння, асимптоти, ексцентриситет, директриси. Правила побудови гіперболи.
19. Парабола, її означення, канонічне рівняння, параметр, ексцентриситет, директриса. Правило побудови параболи.
20. Способи задання площин у просторі. Види рівнянь площин: загальне, у відрізках на осях, через 3 точки, нормальне.
21. Дослідження загального рівняння площини, тобто розташування останньої в системі координат в залежності від коефіцієнтів цього рівняння
22. Способи задання прямої в просторі. Види рівнянь прямої в просторі: канонічне, параметричне, через дві точки. Пряма як перетин 2-х площин.



23. Взаємне розташування 2-х площин у просторі: паралельність, перпендикулярність, кут між площинами, пряма перетину.
24. Взаємне розташування 2-х прямих у просторі: паралельність, перпендикулярність, кут між прямими. Відстань між мимобіжними прямими.
25. Взаємне розташування прямої та площини у просторі: паралельність, перпендикулярність, кут між прямою та площиною, точка перетину.
26. Рівняння поверхні та рівняння лінії у просторі. Алгебраїчні та трансцендентні поверхні.
27. Циліндричні та конічні поверхні, їх рівняння, способи побудови.
28. Еліпсоїд: означення, канонічні рівняння, загальний вид, правила побудови.
29. Однопорожнинний гіперболоїд: означення, канонічні рівняння, загальний вид, правила побудови.
30. Двопорожнинний гіперболоїд: означення, канонічні рівняння, загальний вид, правила побудови.
31. Еліптичний та гіперболічний параболоїди: означення, канонічні рівняння, загальний вид, правила побудови.

Індивідуальна робота №2

з теми: « Площина. Поверхні другого порядку »

(У кожному завданні вибирається той номер, що відповідає остачі при діленні порядкового номеру студента у списку групи на 5. Якщо номер ділиться націло, то розв'язується п'ятий номер завдання.)

Завдання №1 [3,5 бали].

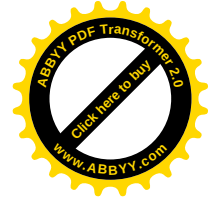
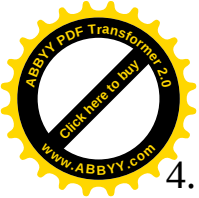
Побудувати поверхні у просторі, використовуючи метод перерізів.

- | | | |
|---|---|---|
| 1.1) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1,$ | 2.1) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1,$ | 3.1) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1,$ |
| 2) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{9} = 1,$ | 2) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{16} = 1,$ | 2) $-\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{9} = 1,$ |
| 3) $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1,$ | 3) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{9} = 1,$ | 3) $-\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1,$ |
| 4) $x^2 + z^2 = -8y,$ | 4) $x^2 + y^2 = 6z,$ | 4) $z^2 + y^2 = 8x,$ |
| 5) $y^2 - z^2 = 6x,$ | 5) $z^2 - x^2 = 8y,$ | 5) $y^2 - x^2 = 4z,$ |
| 6) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1,$ | 6) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1,$ | 6) $\frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1,$ |
| 7) $x^2 = 4z.$ | 7) $z^2 = 4x.$ | 7) $y^2 = 6z.$ |
| 4.1) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{9} = 1,$ | 5.1) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{9} = 1,$ | |
| 2) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{9} = 1,$ | 2) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{9} = 1,$ | |
| 3) $-\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1,$ | 3) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{16} = 1,$ | |
| 4) $y^2 + x^2 = -4z,$ | 4) $x^2 + z^2 = 8y,$ | |
| 5) $y^2 - z^2 = 8x,$ | 5) $y^2 - x^2 = 6z,$ | |
| 6) $\frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1,$ | 6) $\frac{x^2}{16} - \frac{z^2}{9} = 1,$ | |
| 7) $\frac{x^2}{4} = 2z.$ | 7) $y^2 = 6x.$ | |

Завдання 2. [1,5 бали].

Побудувати площини, задані у прямокутній декартовій системі координат наступними рівняннями, звівши рівняння до « у відрізках на осях »:

- | | | |
|---------------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| 1. 1) $-3x + 6y + 6z + 18 = 0,$ | 2. 1) $x - 3y + 6z + 6 = 0,$ | 3. 1) $2x - 6y - 3z - 12 = 0,$ |
| 2) $4y + 5z - 20 = 0,$ | 2) $2x + 6z - 12 = 0,$ | 2) $x - 5y + 5 = 0,$ |
| 3) $z = 2.$ | 3) $x = -3.$ | 3) $y = 4.$ |



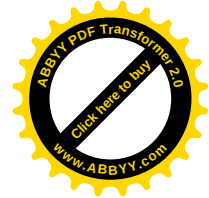
4. 1) $-x + 5y + 5z + 10 = 0$, 5. 1) $4x - 3y + 8z + 24 = 0$,
2) $6y + 6z - 18 = 0$, 2) $5x - z + 10 = 0$,
3) $x = 6$. 3) $z = -4$.

Методичні рекомендації до виконання індивідуальної роботи:

- починайте виконувати ті завдання, що здаються вам зрозумілими і легкими;
- докладно вивчить теорію відповідного розділу та розберіть приклади, розв'язані в лекціях або у підручнику;
- аналізуйте умову завдання та рівняння геометричного об'єкта, з'ясовуйте як він розташований відносно системи координат;
- для побудови поверхонь другого порядку застосовуйте метод перерізів.

Питання до екзамену

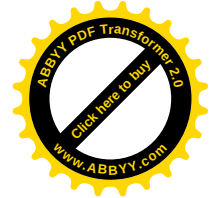
На екзамен виносяться питання, що входили до змісту з двох колоквіумів.



II СЕМЕСТР

Структура залікового кредиту курсу

Тема	Кількість годин, відведених на		
	лекції	практичні заняття	самостійну роботу
Змістовий модуль I. Матриці та їх застосування до дослідження систем рівнянь			
Тема 1. Матриці	4	4	6
Тема 2. Дослідження систем лінійних рівнянь	4	4	6
Змістовий модуль II. Лінійні простори та оператори			
Тема 1. Лінійні простори	6	4	6
Тема 2. Лінійні оператори та квадратичні форми	6	8	6
Усього годин	20	18	24



Розподіл балів, що присвоюються студентам:

Змістовий модуль I. Матриці та їх застосування до дослідження систем рівнянь		Змістовий модуль II. Лінійні простори та оператори				Всього
Відвідування, дом. робота, відповіді*	Індивідуаль- на робота №1	Відвідування, дом. робота, відповіді*	Індивідуаль- на робота №2	Контрольна робота	Колоквіум	
27	8	27	11	12	15	100
35		65				

* у тому числі: відвідування лекцій – 1 бал, відвідування практичних занять – 1 бал, виконання домашньої роботи – 1 бал.

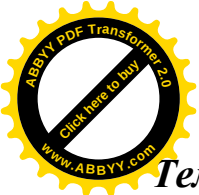
Змістовий модуль I

Матриці та їх застосування до дослідження систем рівнянь

Тематика лекцій

Тема 1. Матриці.

Зміст. Дії над матрицями: додавання, віднімання, множення на число, множення квадратних та прямокутних матриць. Властивості цих дій. Одинична матриця. Обернена матриця. Способи її знаходження. Матричні рівняння. Матричний спосіб розв'язання систем лінійних рівнянь.



Тема 2. Дослідження систем лінійних рівнянь.

Зміст. N -вимірні вектори. Дії над такими векторами: додавання, віднімання, множення на число. Властивості цих дій. Лінійно залежні та лінійно незалежні системи, їх властивості. Ранг та базис системи векторів. Ранг матриці. Критерій сумісності та визначеності системи лінійних рівнянь. Порядок дослідження та розв'язування довільних систем лінійних рівнянь. Структура множини розв'язків невизначеної системи. Фундаментальна множина розв'язків однорідної не визначеної СЛР.

Питання, що виносяться на самостійне опрацювання

1. Лінійні комбінації векторів. Тривіальні та нетривіальні лінійні комбінації. (Див. [1, Р.2, §1], [2, Ч.І, Р.2,§1], [8, Гл.5,§1]).
2. Лінійно незалежні та лінійно залежні системи векторів. Їх властивості. (Див. [1, Р.2, §1], [2, Ч.1, Р.2, §1], [4, Гл.V, §§19–20], [8, Гл.5, §1]).

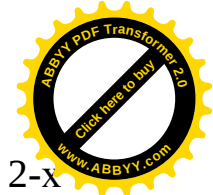
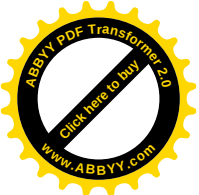
Зміст практичних занять (8 годин)

Заняття №1, 2

Тема: Матриці. Дії над ними. Обернена матриця. Матричні рівняння. Матричний спосіб розв'язання системи лінійних рівнянь.

Теоретичні питання:

1. Множини матриць розміру $m \times n$ та порядку n . Рівні матриці.
2. Додавання та віднімання матриць, множення матриці на число. Означення, приклади та властивості цих дій.
3. Множення квадратних матриць. Означення, приклади, властивості. Одинична матриця.
4. Переставні матриці. Дільники нуля.



5. Особливості множення прямокутних матриць. Розмір добутку 2-х таких матриць. Властивості цього множення.
6. Обернена матриця. Означення, умови існування.
7. Способи знаходження оберненої матриці: метод алгебраїчних доповнень, метод рядкових перетворень.
8. Поняття матричного рівняння. Можливості його розв'язання(випадки : $AX=B$, $XA=B$).
9. Матричний запис СЛР та її розв'язання у такому вигляді.

На початку другого заняття *самостійна робота* (на 2 бали, наведено один із варіантів):

Знайти визначник добутку матриць, якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -5 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Практичні задачі:

[1], [2, Ч.1] №№ 2.7(1,3), 2.8 (1,4), 2.9 (1,3), 2.10(1,4), 2.11(2),

[14] №469 (a),

[1],[2, Ч.1] № 2.12 (парні) (2 способи знаходження),

[14] № 481 (b,d,f),

[11] № 24.2 (a),

[1],[2, Ч.1] № 2.17 (парні).

Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] №№ 2.7(2), 2.8 (2,3), 2.9 (2,4), 2.10(2,3), 2.11(1),

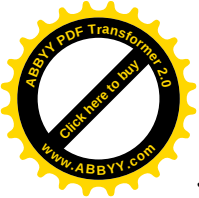
[14] №469(b) на 3 бали,

[1], [2, Ч.1] № 2.12 (непарні) (2 способи знаходження),

[14] № 481 (g),

[11] № 24.2 (b),

[1], [2, Ч.1] № 2.17 (непарні).



Література: [1, Р.2, §§3–4, 5, п.5.3], [2, Ч.1, Р.2, §§3–4, 5, п.5.3], [4, Гл. VI, §23], [8, Гл.6, §§1–2].

Заняття №3

Тема: N -вимірні вектори. Їх системи. Базис та ранг скінченної системи векторів.

Теоретичні питання:

1. Означення n -вимірного вектора. Рівні вектори.
2. Дії над n -вимірними векторами. Властивості цих дій.
3. Що таке арифметичний n -вимірний простір? Його позначення.
4. Лінійні комбінації векторів. Лінійно залежні та лінійно незалежні системи n -вимірних векторів, означення, з'ясування лінійної залежності за допомогою означення.
5. Властивості лінійно залежних та лінійно незалежних систем n -вимірних векторів. Східчасті системи.
6. Базис системи n -вимірних векторів. Його властивості. Ранг системи.
7. Пошук рангу та базису системи за допомогою елементарних перетворень.

На початку заняття самостійна робота (на 4 бали, наведено один з варіантів):

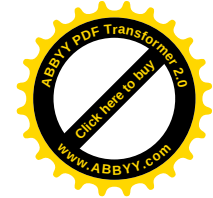
$$\text{Розв'язати матричним способом : } \begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 3x - y + 5z = 2. \end{cases}$$

Практичні задачі:

[11] № №14.1 (а), 14.3(д), 14.7(а,б), 30.5, 15.4(а,б), 15.6 (б).

Домашня робота:

[11] №№ 14.3(б), 15.4(в), 15.6 (в), 15.7 – на 3 бали,



[12] № № 215, 216 .

Література: [1, Р.2, §1, п.1.4], [2, Ч.1, Р.2, §1, п.1.4], [4, Гл.V, §§19–20], [8, Гл.5, §§1,3].

Заняття №4

Тема: Ранг матриці. Дослідження довільних систем лінійних рівнянь.

Теоретичні питання:

1. Матриця як система векторів. Означення рангу матриці (рядкового).
2. Теорема про ранг матриці. Наслідки з неї.
3. Способи знаходження рангу матриці (за допомогою рядкових перетворень, «окантуванням мінорів», «нулів та одиниць»).
4. Векторний запис системи лінійних рівнянь. Що цей запис буде означати у випадку: несумісної, сумісної, визначеної та невизначеної систем?
5. Критерії сумісності та визначеності СЛР.
6. Порядок дослідження систем лінійних рівнянь. Що таке ядро системи? Для яких систем воно будується? Як саме?
7. Фундаментальна система розв'язків однорідної невизначеної СЛР: означення та спосіб знаходження.

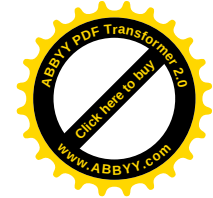
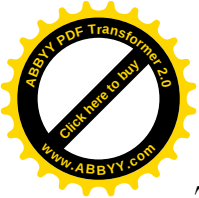
Практичні задачі:

[1], [2, Ч.1] № 2.13 (1,2) – знаходження рангу всіма можливими способами,

[12] № 236 (b),

[1], [2, Ч.1] № 2.18 (1,3,4),

[12] № 275.



Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] №№ 2.13(3,4) – знаходження рангу всіма можливими способами, 2.18 (2,5,6),

[12] № 302 – на 3 бали.

Література: [1, Р.2, §§4–5, п.5.5], [2, Ч.1, Р.2, §§4–5, п.5.5], [4, Гл.V, §§21–22], [8, Гл. V, §2].

Індивідуальна робота №1

з теми: « Матриці. Дослідження систем лінійних рівнянь»

(У кожному завданні вибирається той номер, що відповідає остачі при діленні порядкового номеру студента у списку групи на 5. Якщо номер ділиться націло, то розв'язується п'ятий номер завдання.)

Завдання 1.[2 бали]

Розв'язати систему матричним способом, попередньо обчисливши ранг основної матриці методом окантування мінорів.

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 3x - y + 5z = 2; \end{cases} & 2) \begin{cases} 7x - 9y + 11z = 4, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 4x - 3y + 9z = 5; \end{cases} & 3) \begin{cases} 2x + y + z = -1, \\ -3x + 6y - 2z = 1, \\ 3x - y + 5z = 2; \end{cases} \\ 4) \begin{cases} x - 7y + z = 0, \\ 3x - y + 5z = 2, \\ x - 2y + 4z = 3; \end{cases} & 5) \begin{cases} 6x - 7y + 17z = 11, \\ 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3. \end{cases} & \end{array}$$

Завдання 2. [4 бали]

Провести дослідження системи лінійних рівнянь та розв'язати її (у випадку невизначеної системи скласти ядро, а також записати відповідну однорідну систему, розв'язати її та знайти фундаментальний розв'язок цієї однорідної системи).

$$1) \text{ a) } \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13; \end{cases}$$

$$\text{B) } \begin{cases} 7x - 9y + 11z = 4, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 4x - 3y + 9z = 5; \end{cases}$$

$$2) \text{ a) } \begin{cases} 10x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7, \\ 12x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 8, \\ 8x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 10, \\ 15x_1 + 20x_2 + 5x_3 + 15x_4 = 20, \\ 12x_1 + 16x_2 + 4x_3 + 12x_4 = 16; \end{cases}$$

$$\text{B) } \begin{cases} 6x - 7y + 17z = 11, \\ 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3. \end{cases}$$

$$3) \text{ a) } \begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 3, \\ -2x_1 + 11x_2 - 5x_3 - 9x_4 = -2, \\ -2x_1 - 12x_2 + 6x_3 + 10x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 5x_4 = 6, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 8x_4 = 10; \end{cases}$$

$$\text{B) } \begin{cases} x - 7y + z = 0, \\ 3x - y + 5z = 2, \\ x - 2y + 4z = 3; \end{cases}$$

$$4) \text{ a) } \begin{cases} x_1 - 17x_2 + 8x_3 + 14x_4 = 1, \\ -2x_1 + 11x_2 - 5x_3 - 9x_4 = -2, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3; \end{cases}$$

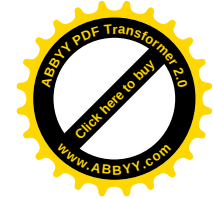
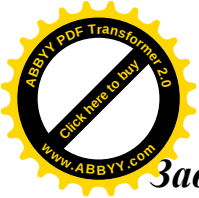
$$\text{б) } \begin{cases} -3x_1 - 4x_2 - x_3 - 6x_4 = -7, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 5x_4 = 6, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13; \end{cases}$$

$$\text{B) } \begin{cases} 2x + y + z = -1, \\ -3x + 6y - 2z = 1, \\ 3x - y + 5z = 2; \end{cases}$$

$$5) \text{ a) } \begin{cases} 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3, \\ 10x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7, \\ 8x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 10, \\ 12x_1 + 16x_2 + 4x_3 + 12x_4 = 16. \end{cases}$$

$$\text{B) } \begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 3x - y + 5z = 2. \end{cases}$$



Завдання 3.[2 бали]

З'ясувати, якою є вказана система векторів. Знайти її ранг та один з базисів, виразити через базисні вектори ті вектори системи, що не увійшли до базису.

1) $\bar{a}_1 = (4, -5, 2, 6)$, $\bar{a}_2 = (2, -2, 1, 3)$, $\bar{a}_3 = (6, -3, 3, 9)$, $\bar{a}_4 = (4, -1, 5, 6)$;

2) $\bar{a}_1 = (3, 1, -3, 2)$, $\bar{a}_2 = (3, 1, -2, 2)$, $\bar{a}_3 = (0, -3, -4, 0)$, $\bar{a}_4 = (3, 1, -1, 2)$;

3) $\bar{a}_1 = (6, 2, -5, 4)$, $\bar{a}_2 = (3, 1, -2, 2)$, $\bar{a}_3 = (9, 3, -3, 6)$, $\bar{a}_4 = (6, 5, -1, 4)$;

4) $\bar{a}_1 = (-3, 1, 2, 3)$, $\bar{a}_2 = (-2, 1, 2, 3)$, $\bar{a}_3 = (-4, -3, 0, 0)$, $\bar{a}_4 = (-1, 1, 2, 3)$;

5) $\bar{a}_1 = (2, -5, 6, 4)$, $\bar{a}_2 = (1, -2, 3, 2)$, $\bar{a}_3 = (3, -3, 9, 6)$, $\bar{a}_4 = (5, -1, 6, 4)$.

Методичні рекомендації до виконання ІНДЗ:

- починайте виконувати ті завдання, що здаються вам зрозумілими і легкими;
- при дослідженні СЛР використовуйте метод «нулів та одиниць»;
- вивчить схему дослідження довільних систем лінійних рівнянь, знаходження ядра системи;
- вивчить формули розв'язку різних типів матричних рівнянь;
- пам'ятайте, що пошук оберненої матриці для матриць порядку не вище 3 слід виконувати методом алгебраїчних доповнень.

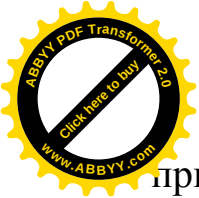
Змістовий модуль II

Лінійні простори та оператори

Тематика лекцій

Тема 1. Лінійні (векторні) простори.

Зміст. Бінарні алгебраїчні операції. Спеціальні елементи алгебраїчних операцій. Алгебраїчні структури: групи, кільця, поля – означення та



приклад, окремі елементи. Лінійні простори, означення, приклади, найпростіші властивості. Лінійні підпростори. Розмірність та базис лінійного простору. Координати вектора. Перетворення координат при переході до іншого базису. Лінійна оболонка, лінійний многовид, їх розмірності.

Тема 2. Лінійні оператори та квадратичні форми.

Зміст. Лінійні функції у просторах. Їх означення та властивості. Матриця лінійного оператора. Координати образу довільного вектора. Зміна матриці лінійного оператора при переході до іншого базису. Власні вектори та власні значення лінійного оператора. Характеристичне рівняння. Зведення матриць до діагонального виду. Квадратичні форми, їх матриці. Канонічний вид квадратичної форми. Зведення квадратичної форми до канонічного виду методом Лагранжа.

Питання, що виносяться на самостійне опрацювання

1. Означення лінійного простору. Їх найпростіші властивості. (Див. [4, Гл.VII, § 27], [8, Гл. 7, §1].)
2. Базис лінійного простору, його означення та властивості. Розмірність простору (Див. [4, Гл.VII, § 28], [8, Гл. 7, §3].)

Зміст практичних занять (12 годин)

Заняття №5

Тема: Алгебраїчні операції. Групи, кільця поля. Лінійні простори.

Теоретичні питання:

1. Означення функції, її області визначення та області значень.
Приклади.



2. Упорядковані: двійки, трійки та n -ки елементів. Означення n -арної алгебраїчної операції. Різні назви в залежності від значення n .
3. Бінарні операції: означення, символічний запис, позначення, приклади.
4. Властивості бінарних операцій: комутативність, асоціативність, дистрибутивність.
5. Поняття групи. Абельові групи. Приклади. Назви груп та їх спеціальних елементів в залежності від операцій, заданих у них.
6. Поняття кільця. Види та приклади кілець.
7. Поняття поля. Приклади полів.
8. Означення лінійного простору. Що означає запис $(L, +, \cdot)$? Вектори та скаляри.
9. Властивості та найпростіші приклади лінійних просторів.

Практичні задачі:

[1], [2, Ч.1] №№ 1.20 (1,2,3), 1.21(1,3),

[13] №№ 8 (с.40), 20 (с.42),

№1. З'ясувати, чим є $(Z, +, \cdot)$ та $(R, +, \cdot)$.

№ 3. З'ясувати, чи утворюють лінійний простір над полем дійсних чисел IR наступні множини:

1) цілі числа Z ;

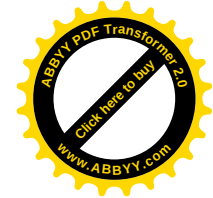
2) радіус-вектори площини, які лежать у I та IV чвертях, у II та III чвертях;

3) радіус-вектори площини, кінці яких лежать на прямій $2x + y = 3$. Якій умові повинна задовольняти пряма $ax + by + c = 0$, щоб задані вектори утворювали лінійний простір?

[13] №№ 5(с.50), 6 (с.51), 12(б, в) (с.52).

Домашня робота:

[1], [2, Ч.1] №№ 1.20 (4,5,6), 1.21(2),



[13] №№ 5(8)(с.50).

Література: [1, Р.1, §1, п.п.1.3–1.4], [2, Ч.1, Р.1, §1, п.п.1.3–1.4], [4, Гл.III, §§ 10–13, Гл.VII, §27], [8, Гл. III, §§ 1–4, Гл.VII, § 1], [13, Гл.I, §§ 1–3, 9].

Заняття № 6

Тема: Базис та розмірність лінійного простору. Координати вектора, їх зміна при переході до іншого базису. Лінійні підпростори. Лінійні оболонки.

Теоретичні питання:

1. Поняття лінійної комбінації векторів. Лінійно залежні та лінійно незалежні системи векторів. Їх властивості.
2. Поняття базису лінійного простору, його властивості.
3. Розмірність простору. Що є постійним для даного лінійного простору: базис чи розмірність?
4. Поняття координат вектора. Матриця переходу від одного базису до іншого. Зміна координат вектора при переході до іншого базису.
5. Означення лінійного підпростору. Його критерій. Приклади підпросторів.
6. Лінійна оболонка: означення, розмірність, приклади.
7. Лінійний многовид: означення, розмірність, приклади.

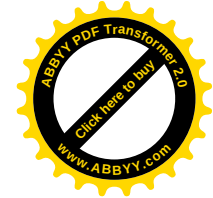
На початку заняття самостійна робота (на 2 бали) за темою минулого заняття: означення групи, означення кільця, види кілець, означення поля, ділянки нуля.

Практичні задачі:

[13] №№ 19 (в) (с.55), 25 (с.63),

[11] №№ 31.4 (б), 29.5 (а,в),

[13] №№ 6 (а,г) (с.68), 7 (в) (с.69).



Домашня робота:

[13] №№ 19 (б) (с.55), 21 (с.63),

[11] №№ 31.4 (а), 31.5, 29.5 (д),

[13] № 7 (б) (с.69).

Література: [4, Гл. VII, §§ 28–29], [6, Гл. 7, §§ 2–3], [13, Гл. II, §§2–3].

Заняття № 7

Тема: Лінійний оператор.

Теоретичні питання:

1. Поняття оператора, лінійного оператора. Приклади.
2. Найпростіші властивості лінійного оператора. Які з них показують спосіб задання лінійного оператора?
3. Поняття матриці лінійного оператора. Зв'язок між матрицями n -порядку та лінійними операторами, що діють у просторі розмірності n .
4. Координати образу довільного вектора.
5. Як змінюється матриця лінійного оператора при переході до іншого базису?

Практичні задачі:

[11] №№ 36.2(б,в), 36.1(а,б),

[13] № 11 (с.91),

[11] №№ 36.11(а,б), 37.2(а),

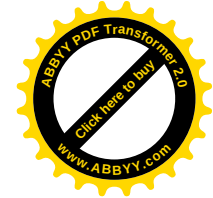
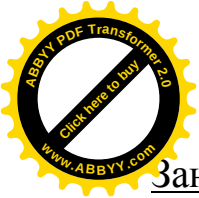
[13] № 14 (с.91).

Домашня робота:

[11] №№ 36.2(д,г), 36.11(в), 37.2(а), 37.3(а),

[13] №17(с.92).

Література: [4 Гл.VIII, §32], [6, Гл. 8, §§ 1–2], [13, Гл.IV, § 1].



Заняття № 8

Тема: Власні вектори та власні значення лінійного оператора. Зведення матриці лінійного оператора до діагонального виду.

Теоретичні питання:

1. Поняття власного вектора та власного значення лінійного оператора.
Приклади.
2. Характеристичні: матриця, многочлен, рівняння лінійного оператора. Чим є для лінійного оператора корені характеристичного рівняння?
3. Порядок знаходження власних векторів лінійного оператора. Чому система, в якій невідомими є координати таких векторів, є невизначеною?
4. Спектр лінійного оператора. Лінійний оператор з простим спектром. Властивості власних векторів.
5. Коли матриця лінійного оператора зводиться до діагонального виду?

На початку заняття *самостійна робота* (на 2 бали, наведено один з варіантів):

Чи є оператор A лінійним, якщо $x A(x_1 - 2x_2 + x_3, x_3 + 4x_1, x_2) \in$ образ вектора $x(x_1, x_2, x_3)$? Коли так, то вказати його матрицю.

Практичні задачі:

[13] № 9(в) (с.91),

[11] № 41.1(б,г)

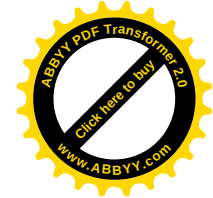
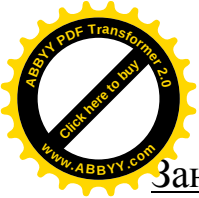
[13] № 12 (с. 105).

Домашня робота:

[13] №№ 9 (б) (с.105),

[11] № 41.1 (а,д).

Література: [4, Гл.VIII, §35], [6, Гл. 8, § 5].



Заняття № 9

Тема: Квадратичні форми. Зведення квадратичних форм до канонічного виду. Підготовка до контрольної роботи.

Теоретичні питання:

1. Поняття квадратичної форми. Приклади. Коефіцієнти квадратичної форми. Стислий запис останньої.
2. Матриця квадратичної форми. Симетричні матриці. Їх зв'язок з квадратичними формами.
3. Ранг квадратичної форми. Невироджені квадратичні форми.
4. Канонічний вид квадратичних форм. Теорема про можливість зведення квадратичної форми до канонічного виду.
5. Зведення канонічних форм до канонічного виду за допомогою метода Лагранжа.

Практичні задачі:

[14] № 939 (a,d).

№1. Звести до канонічного виду наступну квадратичну форму:

$$f = 2x_1x_2 - 6x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

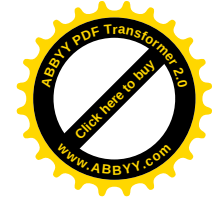
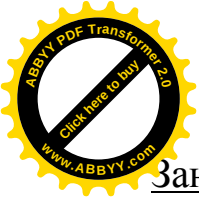
Розв'язати №№ 1,3 із запропонованого нижче (заняття 10) варіанту контрольної роботи

Домашня робота:

[14] № 939 (a,d).

Розв'язати №№ 2,4 із запропонованого нижче (заняття 10) варіанту контрольної роботи

Література: [8, Гл. 6, §26].



Заняття № 10

Тема: Контрольна робота.

Наведено завдання, подібні до тих, що будуть запропоновано на контрольній роботі, а також кількість балів за правильне їх виконання.

1. [4 бали]

Звести до канонічного виду за допомогою метода Лагранжа (матричний спосіб):

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 + 5x_1x_3 - 8x_2x_3$$

2. [2 бали]

Чи є оператор A лінійним, якщо $x A(x_1 - x_2 + x_3, x_3, x_2)$ є образ вектора $x(x_1, x_2, x_3)$? Коли так, то вказати його матрицю та її ранг.

3. [6 балів]

Звести матрицю A до діагонального виду, вказати базис, в якому вона має такий вид, якщо

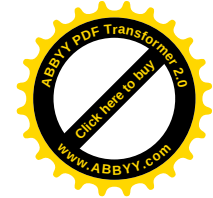
$$A = \begin{pmatrix} 7 & -12 & -2 \\ 3 & -4 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

4. [3 бали]

Дано матрицю T переходу від базису B до базису B'

$$T = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 6 & -2 & 3 \\ 5 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Знайти координати вектора x у базисі B' , якщо в базисі B він має такі координати $[x] = (-4, -1, -3)$.

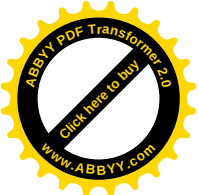


Питання до колоквіуму

1. Множини матриць розміру $m \times n$ та порядку n . Рівні матриці.
2. Додавання та віднімання матриць, множення матриці на число.

Означення, приклади та властивості цих дій.

3. Множення квадратних матриць. Означення, властивості. Приклади
4. Одинична матриця. Переставні матриці. Дільники нуля.
5. Особливості множення прямокутних матриць. Розмір добутку 2-х матриць. Властивості множення прямокутних матриць.
6. Обернена матриця. Означення, умови існування.
7. Способи знаходження оберненої матриці: метод алгебраїчних доповнень, метод рядкових перетворень.
8. Поняття матричного рівняння. Можливості його розв'язання (випадки: $AX=B$, $XA=B$).
9. Матричний запис СЛР та її розв'язання у такому вигляді.
10. Означення n -вимірного вектора. Рівні вектори.
11. Дії над n -вимірними векторами: додавання віднімання та множення на число. Властивості цих дій.
12. Що таке арифметичний n -вимірний простір? Його позначення.
13. Лінійні комбінації векторів. Лінійно залежні та лінійно незалежні системи n -вимірних векторів, означення, з'ясування лінійної залежності за допомогою означення.
14. Властивості лінійно залежних та лінійно незалежних систем n -вимірних векторів. Східчасті системи, їх основна властивість.
15. Базис системи n -вимірних векторів. Його властивості. Ранг системи.
16. Пошук рангу та базису системи за допомогою елементарних перетворень.



17. Означення рангу матриці (рядкового). Теорема про ранг матриці.

Наслідки з неї.

18. Способи знаходження рангу матриці (за допомогою рядкових перетворень, «окантуванням мінорів», «нулів та одиниць»).

19. Векторний запис системи лінійних рівнянь. Що він буде означати у випадку: несумісної, сумісної, визначеної та невизначеної системи?

20. Критерій сумісності СЛР.

21. Критерій визначеності СЛР.

22. Порядок дослідження систем лінійних рівнянь. Що таке ядро системи? Для яких систем воно будується? Як саме?

23. Структура загального розв'язку невизначеної однорідної системи лінійних рівнянь.

24. Фундаментальна система розв'язків невизначеної однорідної СЛР: означення та спосіб знаходження.

25. Означення функції, її області визначення та області значень. Приклади.

26. Впорядковані: двійки, трійки та n -ки елементів. Означення n -арної алгебраїчної операції. Її різні назви в залежності від значення n . Приклади.

27. Бінарні операції: означення, символічний запис, позначення, приклади.

28. Властивості бінарних операцій: комутативність, асоціативність, дистрибутивність.

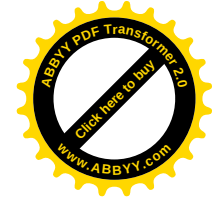
29. Поняття групи. Абельові групи. Приклади.

30. Назви груп та їх спеціальних елементів в залежності від операцій, заданих у них.

31. Поняття кільця. Види та приклади кілець.

32. Поняття поля. Приклади полів.

33. Означення лінійного (векторного) простору.



34. Властивості та найпростіші приклади лінійних просторів.
35. Поняття лінійної комбінації векторів. Лінійно залежні та лінійно незалежні системи векторів. Їх властивості.
36. Поняття базису лінійного простору, його властивості. Розмірність простору.
37. Поняття координат вектора. Матриця переходу від одного базису до іншого. Зміна координат вектора при переході до іншого базису.
38. Означення лінійного підпростору. Його критерій. Приклади підпросторів.
39. Лінійна оболонка: означення, розмірність, приклади.
40. Лінійний многовид: означення, розмірність, приклади.
41. Поняття оператора, лінійного оператора. Приклади.
42. Найпростіші властивості лінійного оператора. Які з них показують спосіб задання лінійного оператора?
43. Поняття матриці лінійного оператора. Зв'язок між матрицями n -порядку та лінійними операторами, що діють у просторі розмірності n .
44. Знаходження координат образу довільного вектора під дією лінійного оператора.
45. Зміна матриці лінійного оператора при переході до іншого базису?
46. Поняття власного вектора та власного значення лінійного оператора. Приклади.
47. Характеристичні: матриця, многочлен, рівняння лінійного оператора. Чим є для лінійного оператора корені характеристичного рівняння?
48. Порядок знаходження власних векторів лінійного оператора.
49. Спектр лінійного оператора. Лінійний оператор з простим спектром. Властивості власних векторів.



50. Зведення матриці лінійного оператора до діагонального виду. Різні можливості.

51. Поняття квадратичної форми. Приклади. Її коефіцієнти та стислий запис.

52. Матриця квадратичної форми. Симетричні матриці. Їх зв'язок з квадратичними формами.

53. Ранг квадратичної форми. Невироджені квадратичні форми.

54. Канонічний вид квадратичних форм. Теорема про можливість зведення квадратичної форми до канонічного виду.

55. Зведення канонічних форм до канонічного виду за допомогою метода Лагранжа.

Індивідуальна робота №2

з теми: «Лінійні простори. Лінійні оператори. Квадратичні форми»

(У кожному завданні вибирається той номер, що відповідає остачі при діленні порядкового номеру студента у списку групи на 5. Якщо остача дорівнює 0, то розв'язується п'ятий номер у завданні.)

Завдання 1. [1 бал]

З'ясувати, чи є групою множина G відносно операції $*$, якщо:

1) G – множина цілих чисел Z , а $*$ визначається наступним чином:

$$a*b=a-b;$$

2) G – множина дійсних чисел R , а $*$ визначається наступним чином:

$$a*b=a\cdot b+1;$$

3) G – множина раціональних чисел Q , а $*$ визначається наступним чином: $a*b=b^{a+2}$;



4) G – множина раціональних чисел без нуля $Z \setminus \{0\}$, а $*$ визначається

наступним чином: $a * b = \frac{a}{b}$;

5) G – множина дійсних чисел R , а $*$ визначається наступним чином:

$$a * b = a^b + 4.$$

Завдання 2. [2 бали]

З'ясувати, чи утворюють лінійні підпростори у відповідних лінійних просторах над полем дійсних чисел IR наступні множини векторів:

1) а) n - вимірні вектори, сума координат яких дорівнює 5;

б) множина векторів площини, що паралельні даній прямій;

2) а) n - вимірні вектори, в яких координати, що стоять на непарних місцях, дорівнюють 1;

б) множина радіус-векторів площини, що лежать у I та IV чвертях;

3) а) n - вимірні вектори, перша координата яких дорівнює 7;

б) множина діагональних матриць 2-го порядку;

4) а) n - вимірні вектори, сума координат, що стоять на парних місцях, яких дорівнює 0;

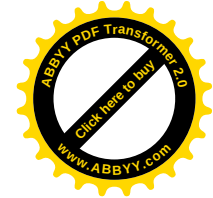
б) множина одиничних радіус-векторів площини;

5) а) n - вимірні вектори, у яких кожна наступна координата дорівнює подвоєнній попередній;

б) множина цілих парних чисел.

Завдання 3. [2 бали]

Знайти матрицю переходу від базису $B_1 = \{e_1, e_2, e_3\}$ до базису $B_2 = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$, а також координати вектора x у другому базисі, якщо у першому від має такий розклад $x = 2e_1 + e_2 - 7e_3$.



- 1) $e_1(4,2,1), e_2(3,2,1), e_3(5,3,2),$
 $e'_1(2,1,1), e'_2(6,3,2), e'_3(7,4,2);$
- 2) $e_1(-1,4,0), e_2(1,2,3), e_3(4,3,1),$
 $e'_1(3,1,-2), e'_2(2,5,-2), e'_3(0,6,3);$
- 3) $e_1(-2,3,1), e_2(4,2,1), e_3(2,-1,5),$
 $e'_1(-2,-3,4), e'_2(-4,0,5), e'_3(2,5,2);$
- 4) $e_1(2,4,1), e_2(2, 3,1), e_3(3,5,2),$
 $e'_1(1,2,1), e'_2(3,6,2), e'_3(4,7,2);$
- 5) $e_1(4,0,-1), e_2(2,3,1), e_3(3,1,4),$
 $e'_1(1,-2,3), e'_2(5,-2,2), e'_3(6,3,0).$

Завдання 4.[5 балів]

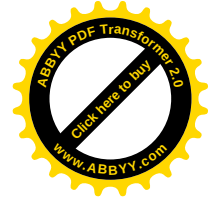
Лінійний оператор $\mathbf{A}$ задано у вигляді образу $x\mathbf{A}$ деякого вектора x у базисі $B=\{e_1, e_2, e_3\}$:

- 1) $x\mathbf{A}(7x_1+3x_2+4x_3, 10x_1+8x_2+8x_3, -12x_1-9x_2-9x_3);$
- 2) $x\mathbf{A}(6x_1+3x_2+2x_3, -5x_1-2x_2-2x_3, -3x_1-2x_2);$
- 3) $x\mathbf{A}(-x_1-3x_2-3x_3, 3x_1+5x_2+3x_3, -x_1-x_2+x_3);$
- 4) $x\mathbf{A}(7x_1+3x_2-2x_3, -12x_1-4x_2, -2x_1-2x_3);$
- 5) $x\mathbf{A}(2x_1-2x_2, -2x_1+9x_2+2x_3, 2x_1+2x_2).$

Знайти:

- а) матрицю заданого лінійного оператора $\mathbf{A}$ у базисі B ;
- б) матрицю цього ж лінійного оператора у базисі $B'=\{e'_1, e'_2, e'_3\}$, де $e'_1=-e_2+e_3, e'_2=e_1-e_2+e_3, e'_3=e_1+e_2$;
- в) координати образу вектора $x'=2e'_1+3e'_2-e'_3$ у базисі B' .

Звести вихідну матрицю лінійного оператора $\mathbf{A}$ до діагонального виду та вказати базис, в якому матриця має такий вид.



Завдання 5.[1 бал]

Звести квадратичну форму до канонічного виду за допомогою методу Лагранжа:

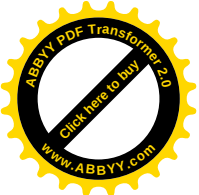
- 1) $f = 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2^2 + 2x_3^2$;
- 2) $f = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 8x_2x_3 + x_3^2$;
- 3) $f = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_3^2$;
- 4) $f = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 5x_2^2 + 10x_2x_3 + 4x_3^2$;
- 5) $f = 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 5x_2^2 + 8x_2x_3 + 4x_3^2$.

Методичні рекомендації до виконання ІНДЗ:

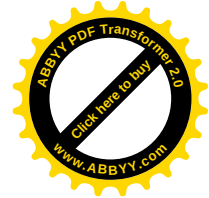
- починайте виконувати ті завдання, що здаються вам зрозумілими і легкими;
- перед виконанням завдань слід ґрунтовно вивчити відповідний розділ матеріалу та розібратися з наведеними там прикладами;
- слід вивчити формули зміни координат вектора та матриці лінійного оператора при переході до іншого базису.

ЛІТЕРАТУРА

1. Лиман Ф.М., Петренко С.В., Одінцова О.О. Вища математика. Частина І. – Суми: СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2001.– 244 с.
2. Лиман Ф.М., Петренко С.В., Одінцова О.О. Вища математика. У 2-х частинах. Частина І. – Суми: Університетська книга, 2006.– 654 с.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – К.: Вища шк., 1993.– 648 с.
4. Завало С.Т. та інші. Алгебра і теорія чисел. У 2-х частинах. Ч.І.– К.: Вища шк., 1981.– 396 с.
5. Шкіль М.І. та інші Вища математика. – К.: Либідь, 1994.– 280 с.

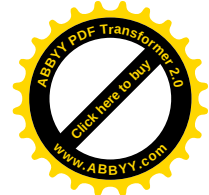
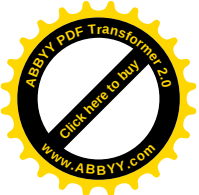


6. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. – М.: Наука, 1989.– 656 с.
7. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1968. – 432 с.
8. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Высш. шк., 1979. – 560 с.
9. Бахвалов С.В. и др. Аналитическая геометрия– М.: Просвещение, 1970. – 376 с.
10. Привалов И.И. Аналитическая геометрия– М.: Гос. из-во техн.-теор. лит-ры, 1955. – 300 с.
11. Завало С.Т. та інші. Алгебра і теорія чисел. Практикум Частина 1. – К.: Вища школа, 1983. – 232 с.
12. Окунев Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре .– М.: Просвещение, 1964.– 184 с.
13. Нечаев П.А. Задачник-практикум по алгебре. Группы. Кольца. Поля. Векторные и эвклидовы пространства. Линейные отображения.– М.: Просвещение, 1983.– 116 с.
14. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. – М.: Высшая шк., 1968.– 304 с.
15. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Наука, 1962. – 332с.
16. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии.– М.: Наука, 1972.– 256 с.

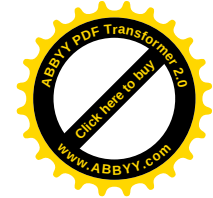


Шкала оцінювання навчальних досягнень студента
за курс, що вивчається

Підсумковий рейтинговий бал	Оцінка за шкалою ECTS	Підсумкова оцінка за національною шкалою	
		Екзамен	Залік
90 – 100	A	Відмінно	Зараховано
85 – 89	B	Добре	
75 – 84	C		
65 – 74	D	Задовільно	
60 – 64	E		
35 – 59	F	Незадовільно	Не зараховано
0 – 34	FX	Незадовільно (без права перездачі)	Не зараховано (без права пере- здачі)



ДЛЯ НОТАТОК



Навчальне видання

**Методичні матеріали щодо організації навчального процесу з курсу
«Лінійна алгебра та аналітична геометрія» за кредитно-модульною
системою навчання для студентів I курсу спеціальностей
6.040203 – Фізика* та 6.040302 – Інформатика***

Укладач: Одінцова Оксана Олександрівна

Суми: СумДПУ, 2012р.

Свідоцтво № 231 від 02.11.2000 р.

Здано в набір 09.12.2011. Підписано до друку 10.01.2012.

Формат 60x84/16. Гарнітура Times. Друк ризогр.

Папір друк. Умовн. друк. арк. 3,02. Обл-вид. арк. 2,5.

Тираж 100 прим. Вид № 4.

Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка

40002, м. Суми, вул. Роменська, 87

Виготовлено на обладнанні СумДПУ імені А. С. Макаренка