

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка
Фізико-математичний факультет

ISSN 2413-1571 (print)
ISSN 2413-158X (online)

ФІЗИКО- МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА

Науковий журнал

ВИПУСК 2 (5)

Суми – 2015

Друкується згідно з рішенням вченої ради фізико-математичного факультету
Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка
(протокол № 2 від 24.09.2015р.)

Редакційна колегія

В.Ю. Сторіжко	доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАНУ
Ф.М. Лиман	доктор фізико-математичних наук, професор
І.О. Мороз	доктор педагогічних наук, професор
О.Г. Пономарьов	доктор фізико-математичних наук
В.С. Іваній	кандидат технічних наук, професор
М.В. Каленик	кандидат педагогічних наук, доцент
Т.Д. Лукашова	кандидат фізико-математичних наук, доцент
С.В. Петренко	кандидат фізико-математичних наук, доцент
А.О. Розуменко	кандидат педагогічних наук, доцент
О.В. Семеніхіна	кандидат педагогічних наук, доцент
О.Д. Стадник	кандидат фізико-математичних наук, доцент
В.Г. Шамо́ня	кандидат фізико-математичних наук, доцент
М.Г. Друшляк	кандидат фізико-математичних наук

Ф45 Фізико - математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Вип. 2 (5). – 93 с.

Автори статей несуть відповідальність за достовірність наведеної інформації (точність наведених у статті даних, цитат, статистичних матеріалів тощо) та за порушення прав інтелектуальної власності інших осіб.

Висловлені авторами думки можуть не співпадати з точкою зору редакції.

**MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE
Sumy State Pedagogical University named after Makarenko
Physics and Mathematics Faculty**

**ISSN 2413-1571 (print)
ISSN 2413-158X (online)**

PHYSICS AND MATHEMATICS EDUCATION

Scientific Journal

ISSUE 2 (5)

Sumy – 2015

Editorial Board

V.Storizhko	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, PhD, Professor
F.M. Lyman	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, PhD, Professor
I.O. Moroz	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
O.H.Ponomarev	Doctor of Physics and Mathematics Sciences,
V.S. Ivaniy	PhD (Technical Sciences), Professor
M.V. Kalenyk	PhD (Pedagogical Sciences), associate professor
T.D. Lukashova	PhD (Physics and Mathematics Sciences), associate professor
S.V. Petrenko	PhD (Physics and Mathematics Sciences), associate professor
A.O. Rozumenko	PhD (pedagogical sciences) associate professor
O.V. Semenikhina	PhD (pedagogical sciences) associate professor
O.D. Stadnik	PhD (Physics and Mathematics Sciences), associate professor
V. G. Shamonya	PhD (Physics and Mathematics Sciences), associate professor
M.G. Drushlyak	PhD (Physics and Mathematics Sciences)

F 45 Physics and Mathematics Education. Scientific Journal. – 2015. – Issue 2 (5). – 93 p.

The authors of the articles are responsible for the authenticity of the information (the accuracy of the presented information in the article, quotations, statistical materials, etc.) and for violation of intellectual property rights of others.

Opinions expressed by the authors may not reflect the views of the editors.

ЗМІСТ

Безвербний І.А., Шишкіна М.П.	7
РОЗГОРТАННЯ ХМАРО ОРІЄНТОВАНОГО КОМПОНЕНТА НАВЧАЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ СИСТЕМИ МАХІМА	7
Дорошева Л.	15
РАЗВИТИЕ КРЕАТИВНОСТИ МЫШЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ АСТРОНОМИИ	15
Кузьменко О.С.	23
ВИВЧЕННЯ СИМЕТРІЇ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ З КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ	23
Лукашова Т.Д.	29
ПРОСТІ ЧИСЛА ТА ДЕЯКІ ПОВ'ЯЗАНІ З НИМИ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ	29
Максименко Т. М., Пухно С. В.	39
ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНО-ДОСЛІДНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ПЕДАГОГІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВНЗ	39
Петренко С.	49
ПРО МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ІКТ-КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНЬОГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ	49
Погребний В.Д.	58
ПРО ОБМЕЖЕНІСТЬ МНОЖИН: РІЗНІ АСПЕКТИ	58
Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г.	65
ПРАКТИКА ВИКОРИСТАННЯ ПАРАМЕТРИЧНОГО КОЛЬОРУ В ПРОГРАМАХ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ НА ГМТ	65
Хворостіна Ю.В.	73
КОНЦЕПТУАЛЬНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛІВ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН, ПОВ'ЯЗАНИХ ЗІ ЗНАКОЗМІННИМИ РЯДАМИ ЛЮРОТА	73
Шищенко І.В.	83
ПРОБЛЕМА МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ УЧНІВ-ГУМАНІТАРІЇВ У НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ	83
АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК	92

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Безвербний І.А., Шишкіна М.П. Розгортання хмаро орієнтованого компонента навчального середовища із використанням системи *maxima* / Ігор Безвербний, Марія Шишкіна // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 2 (5). – С. 7-14.

Bezverbnyi I., Shyshkina M. The cloud-based learning environment component deployment using the *Maxima* system // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 2 (5). – P. 7-14.

УДК 378.047

Ігор Безвербний

Інститут кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, Україна

Марія Шишкіна

Інститут інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України, Україна

РОЗГОРТАННЯ ХМАРО ОРІЄНТОВАНОГО КОМПОНЕНТА НАВЧАЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ СИСТЕМИ MAXIMA

Постановка проблеми. З появою нових видів ІКТ виникають інноваційні моделі і методи проектування освітнього середовища у вищому навчальному закладі, що є чинником зміни змісту, методів і організаційних форм навчання, формування моделей відкритої освіти зі зняттям обмежень або значним покращенням доступу усіх учасників навчального процесу до навчальних ресурсів і матеріалів.

Окремий комплекс проблем стосується застосування пакетів прикладних програм для здійснення різноманітних математичних операцій, дій і обрахунків, так званих систем комп'ютерної математики (СКМ), зокрема *Mathematica*, *Maple*, *Maxima*, *Statistica*, *SPSS*, *R* та інші [2, 5, 6, 8]. Це один з найбільш поширених видів математичного програмного забезпечення, що входить до складу сучасного інформаційного освітнього середовища навчального закладу [1, 4, 8]. СКМ все більшою мірою привертають увагу педагогів як комплексні, багатфункціональні, досить потужні і в той же час прості у використанні, які стають незамінними у підтримуванні різноманітних процесів чисельних обрахунків, візуалізації закономірностей, реалізації символічних операцій, алгоритмів і процедур. Виникають проблеми пошуку перспективних шляхів використання систем даного виду на базі хмарних технологій, що є суттєвим чинником підвищення якості підготовки фахівців у галузі інформатичних та математичних дисциплін [4].

У педагогічному університеті системи комп'ютерної математики постають середовищем для проектування та використання програмних засобів підтримування навчання фундаментальних дисциплін. Застосування СКМ дозволяє практично усі складові компетентнісного підходу реалізовувати більш ефективно. У середовищах СКМ можна створювати моделі різноманітних об'єктів і співвідношень, які відіграють

роль технологічного підтримування всіх етапів математичних досліджень: формування нових понять, висування гіпотез, побудови контрприкладів або пошуку доведень, наближеного розв'язування задач і т.п. [1, 2]

В останній час із виникненням нових інфраструктурних рішень організації освітнього середовища навчального закладу, зокрема на базі хмарних технологій, потенційні можливості організації доступу до систем даного типу значно зросли [1].

Через це визначення педагогічних і техніко-технологічних умов доцільного використання систем комп'ютерної математики, способів і методів їх вбудовування у навчальне середовище, кращих шляхів організації роботи із ними має значний інтерес.

Аналіз актуальних досліджень. Як свідчать дослідження останніх років [1, 4, 5, 6, 7, 8], надзвичайної актуальності набувають тенденції впровадження хмарних технологій організації доступу до програмного забезпечення, що застосовується для організації різних видів колективної роботи, при здійсненні наукової і навчальної діяльності, дослідно-конструкторських розробок, реалізації проектів, обміну досвідом тощо. Не зважаючи на те, що формування інформаційно-освітнього середовища на базі хмарних технологій є пріоритетним напрямом розвитку саме в галузі математичної та інженерної освіти [4, 6, 8], і цей напрям зараз інтенсивно розвивається [5, 6, 8], все ж в силу новизни існуючих підходів впровадження цих технологій у навчальний процес є недостатньо вивченим з педагогічної точки зору питанням.

В даному контексті слід відзначити зарубіжний досвід використання різних видів СКМ у хмаро орієнтованому середовищі, зокрема, це *Mathematica*, *Mathlab*, *Maple*, *R*, *Maxima* [4, 8]. Нині існують дослідження щодо порівняння різних моделей доступу до програмного забезпечення навчального призначення, зокрема, засобами віртуальної машини [7]. Гібридна модель організації інформаційно-технологічної інфраструктури для розгортання хмаро орієнтованих компонентів навчального призначення розроблена в [3]. Перспективою подальших досліджень є розгортання і експериментальна перевірка результативності, педагогічних переваг і недоліків використання різних видів програмного забезпечення за умов постачання у запропонованій моделі.

Мета статті. Метою статті є висвітлення підходів до розгортання хмаро орієнтованого компоненту навчального середовища на базі системи *Maxima* у навчальному середовищі педагогічного університету.

Виклад основного матеріалу. Використання електронних освітніх ресурсів і математичного програмного забезпечення є нині невід'ємним атрибутом навчального процесу у вищому навчальному закладі. Це зумовлено тим, що ринок програмного забезпечення невинно розвивається і в багатьох випадках можна підібрати підходяще рішення, що дасть можливість зекономити час і зусилля педагога і студентів при підготовці і опрацюванні навчального матеріалу. Зокрема, системи комп'ютерної математики, що знайшли своє місце в процесі навчання багатьох дисциплін, застосовуються для виконання математичних обчислень, моделювання, побудови графіків під час як аудиторної і поза-аудиторної, так і навчально-дослідницької діяльності студентів [1]. При використанні СКМ можна досягнути глибшого розуміння матеріалу, що вивчається, за рахунок перегляду демонстрацій, надання інтерпретацій математичних співвідношень, самостійного конструювання різноманітних об'єктів тощо [1, 2].

Вибір підходящого математичного програмного забезпечення навчального призначення залежить від наукових і навчальних цілей, із урахуванням вхідних даних та результату, що необхідно отримати. Наприклад, якщо треба побудувати аналітичну

модель досліджуваного явища чи об'єкта, доцільніше використовувати такі пакети, як Mathematica, Maple, Maxima, а для опрацювання великих масивів даних зручно застосовувати систему Matlab та ін. [2].

Використання зазначених технологій сприяє і надає можливість досліджувати і розробляти нові підходи до організації процесу навчання, що, в свою чергу, приводить до розвитку нової стратегії та методології навчання вищої математики у вищій технічній школі [2].

Окремий комплекс проблем стосується використання математичного програмного забезпечення засобами хмарних технологій. Завдяки цьому виникає можливість динамічного постачання обчислювальних ресурсів та програмно-апаратного забезпечення, його гнучким налаштуванням на потреби користувача. За цього підходу організується доступ до різних типів електронних освітніх ресурсів, що можуть бути як спеціально встановлені на хмарному сервері, так і надаватися як загальнодоступний сервіс (знаходиться на будь-яких інших носіях електронних даних, що є доступні через Інтернет) [1, 3].

Використання засобів даного типу «у хмарі» є перспективним напрямом їх розвитку, коли виникає більше можливостей адаптації середовища навчання до рівня навчальних досягнень, індивідуальних потреб та цілей того, хто вчиться [1]. При цьому застосовується технологія «*віртуального робочого столу*» [2, 3]. Робота з програмним забезпеченням, що встановлено на віртуальному комп'ютері, нічим не відрізняється від того, що встановлено на персональному робочому місці студента, звернення може здійснюватися через браузер. Зберігання і опрацювання даних відбувається у ЦОД (центрі опрацювання даних), не потребує витрачання навчального часу на інсталяцію і оновлення, що створює умови для більш диференційованого підходу до організації навчання, дає можливість зосередитися на вивченні основного матеріалу [3].

Для розгортання «хмари» навчального закладу необхідно обрати певну сервісну аутсорсингову модель, на якій ґрунтуватиметься інформаційно-технологічна інфраструктура. В даному випадку, необхідно визначитися, що саме, які сервіси будуть постачатися як послуга [4]. Зокрема, з цією метою може бути використана модель IaaS (Infrastructure as a Service), що дозволяє позбутися від необхідності підтримування складних інфраструктур опрацювання даних, клієнтських і мережних додатків на сервері організації, але орендувати їх як послугу. До складу IaaS можуть входити апаратні засоби (сервери, системи зберігання даних, клієнтські системи та обладнання); операційні системи та програмне забезпечення (засоби віртуалізації, управління ресурсами); програмне забезпечення зв'язку між системами (засоби мережної інтеграції, управління ресурсами, управління обладнанням), що надаються через Інтернет [1, 4].

Зокрема, користувачі можуть отримувати в своє розпорядження повністю готове для роботи віртуалізоване робоче місце. При цьому виникає можливість надання значного обсягу навчального контенту засобами достатньо дешевого апаратного забезпечення (це може бути ноутбук, нетбук і навіть смартфон) [1, 4]. Перевага моделі IaaS полягає у тому, що вона може бути використана для запуску будь-яких додатків на хмарному апаратному забезпеченні по вибору користувача, тобто надає певну свободу щодо вибору програмного забезпечення і педагогічного проектування засобів навчання. В той же час, це потребує певних зусиль на етапі розгортання хмарної інфраструктури у навчальному закладі.

Вибір математичного пакету, що має бути встановленим «у хмарі», також є суттєвим етапом розгортання навчального середовища і обумовлений різними

чинниками, серед яких не останню роль відіграють вартість продукту, ліцензійні умови використання, вимоги до наявного обладнання тощо. Зокрема у ході педагогічного експерименту з навчання інформатичних дисциплін бакалаврів інформатики, що проводився у 2012-2014 рр. у Дрогобицькому державному педагогічному університеті імені Івана Франка, в процесі педагогічного експерименту була використана СКМ Maxima [2]. Вибір був обумовлений тим, що система є вільно поширеною, оснащена зручною системою меню, що дає змогу виконувати символічні перетворення, розв'язувати рівняння, обчислювати границі, похідні, інтеграли тощо, не знаючи мови для опису команд щодо виконання цих дій. Крім того, дана є досить потужною, багато в чому не поступається у розв'язуванні задач з дослідження операцій таким системам як Maple та Mathematica [1].

У ході експерименту була реалізована хмарна версія системи Maxima, встановлена на віртуальному сервері з операційною системою Ubuntu 10.04 (Lucid Lynx). В репозитарії цієї операційної системи є версія системи Maxima на основі редактора Emacs, що і була встановлена на віртуальний робочий стіл студента [2].

При проектуванні інформаційно-технологічної інфраструктури навчального середовища була використана гібридна модель надання доступу до програмного забезпечення, що містить віртуальну корпоративну (приватну) підмережу і загальнодоступну підмережу [3]. До загальнодоступної підмережі користувач може мати доступ через протокол RDP (Remote Desktop Protocol) [3], і працювати з нею з будь-якого пристрою, в будь-якому місці і в будь-який час, за наявності Інтернет-з'єднання.

В даному випадку, комп'ютер користувача – це RDP-клієнт, тоді як віртуальна машина, яка знаходиться у хмарі – це RDP-сервер [3]. У межах приватної підмережі, користувач не може звернутися безпосередньо до RDP-сервера, бо той не під'єднаний до Інтернет. Комп'ютери у приватній підмережі мають вихід в Інтернет через VPN – шлюз (Virtual Private Network). Отримати доступ до шлюзу можна з будь-якого пристрою, але за умови, що на ньому встановлено VPN – з'єднання [3].

Наведемо приклад лабораторного заняття з теми «Побудова каркасу мінімальної вартості. Алгоритм Прима» в ході розв'язання якого використовується хмаро орієнтований компонент навчального середовища на базі системи Maxima.

Метою лабораторної роботи є: навчитися будувати каркас неорієнтованого графа на основі алгоритму Прима. Після викладу основних теоретичних положень з теми та алгоритму Прима студентам пропонується побудувати каркас мінімальної вартості для заданого графа. В ході виконання цього завдання студентам пропонується демонстраційний приклад (програмна реалізація даного завдання у середовищі СКМ Maxima). Виконання цього завдання може бути здійснено як у локальній, так і у «хмарній» версії даного продукту. В ході перевірки розв'язку треба звернутися до системи, використавши функцією побудови каркасу мінімальної вартості *minimum_spanning_tree(g)*.

Результат побудови графа у системі Maxima із використанням відповідного програмного коду наведено на рис.1.

Результат побудови каркасу мінімальної вартості за допомогою відповідної функції у системі Maxima наведено на рис.2.

```
load(graphs) $
g:create_graph([1,2,3,4,5,6,7,8],
[[[1,2],5], [[1,4],2], [[1,6],9],
[[2,3],4], [[2,4],3], [[2,5],6],
[[3,5],7], [[3,8],8],
[[4,5],1], [[4,6],1], [[4,7],5],
[[5,7],7], [[5,8],8],
[[6,7],2],
[[7,8],3]
])$
draw_graph(g,show_weight=true,show_id=true)$
```

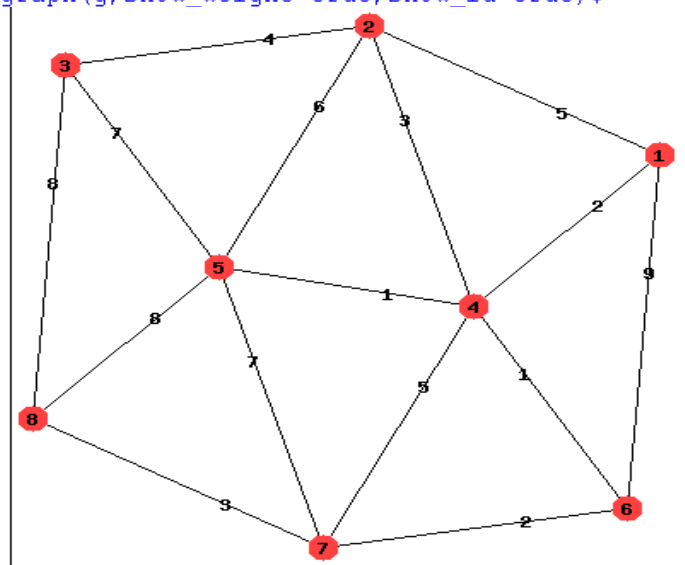


Рис.1. Результат побудови графа у системі Maxima

```
t:minimum_spanning_tree(g)$
draw_graph(t,show_id=true)$
```

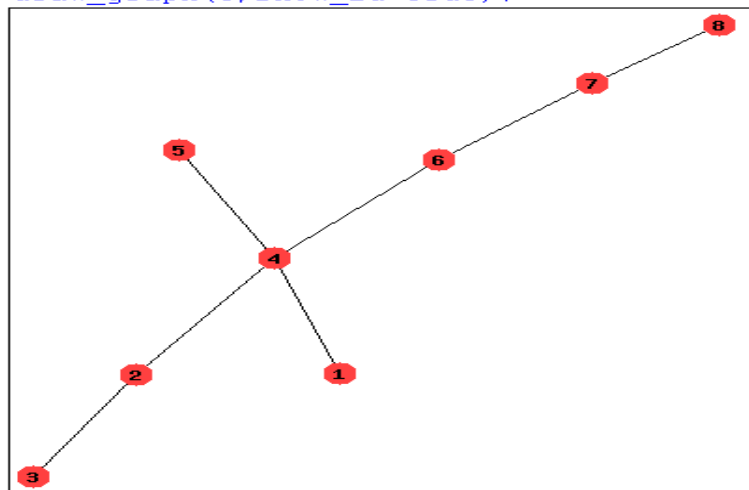


Рис.2. Побудова каркаса мінімальної вартості.

На рис.3 наведено інтерфейс вирішення цього завдання із використанням хмаро орієнтованого компонента. Наведено результат виконання команди побудови каркаса мінімальної вартості.

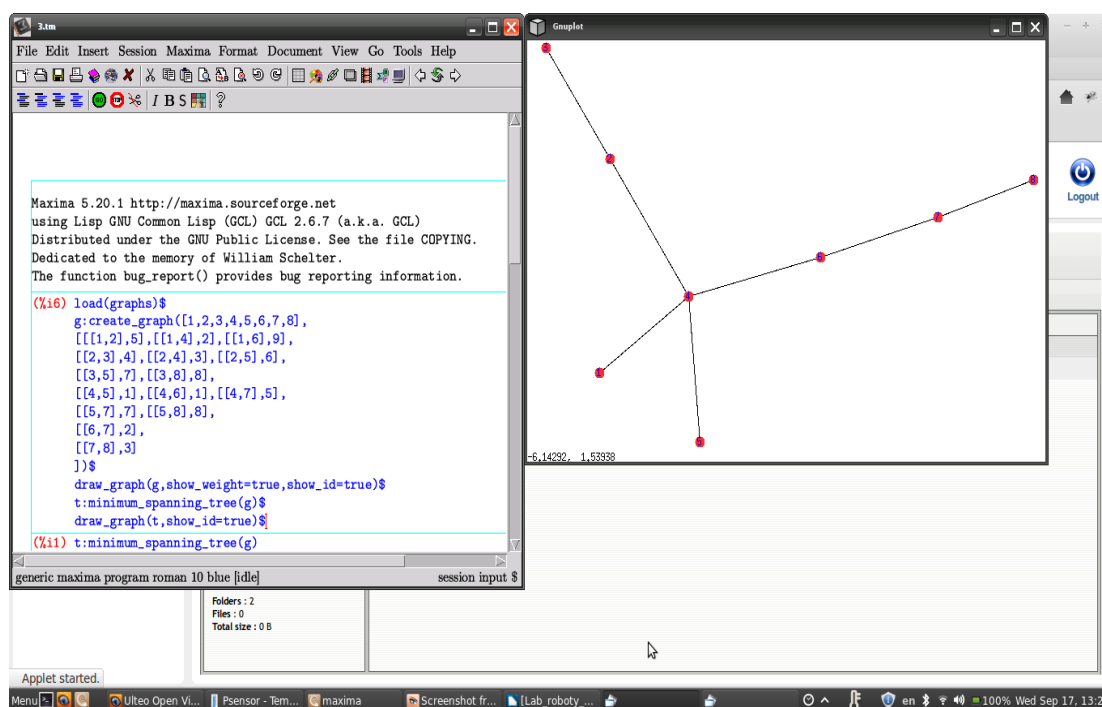


Рис.3. Побудова каркаса мінімальної вартості за допомогою хмаро орієнтованого компонента

Висновки. Використання хмаро орієнтованого компонента навчального призначення в педагогічному експерименті підтвердило свою ефективність [2], що свідчить про доцільність застосування хмарних рішень організації доступу до навчальних ресурсів у процесі навчання. Виникає можливість зосередити увагу студентів на засадничих поняттях, принципах, підходах за рахунок вивільнення часу і зусиль, які йдуть на встановлення, підтримкування, обслуговування програмного забезпечення, та навіть значною мірою знівелювати реальні просторові та часові межі реалізації доступу до необхідних електронних ресурсів [2]. Даний підхід сприяє поглибленому вивченню матеріалу, підвищенню ІКТ-компетентностей студентів, модернізації навчального середовища, створення умов для залучення у навчальний процес передових програмних засобів і технологій.

Список використаних джерел

1. Шишкіна М.П. Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у сучасному високотехнологічному середовищі / М.П.Шишкіна, У.П. Когут // Інформаційні технології в освіті: Збірник наукових праць. Випуск 15. – Херсон: ХДУ, 2013. – С. 309-317.
2. Шишкіна М.П. Формування фахових компетентностей бакалаврів інформатики у хмаро орієнтованому середовищі педагогічного університету / М.П.Шишкіна, У.П. Когут, І.А.Безвербний // Проблеми підготовки сучасного вчителя. – Умань: ФОП Жовтий О.О., 2014. – Вип.9. – Ч.2. – С. 136-146.
3. Шишкіна М.П. Моделі організації доступу до програмного забезпечення у хмаро орієнтованому освітньому середовищі // Інформаційні технології в освіті. – Вип.22. – 2015. – С. 120-129.
4. Шишкіна М.П. Системи комп'ютерної математики у хмаро орієнтованому освітньому середовищі навчального закладу / М.П. Шишкіна, У.П.Когут, М.В.Попель // Science

- and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, II(14), Issue: 27, 2014. – С. 75-78.
5. Cusumano M. Cloud computing and SaaS as new computing platforms / Michael Cusumano // Communications of the ACM. – 53.4. – 2010. – pp. 27-29.
 6. Maschietto M. Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: the productive notion of mathematics laboratories / Michela Maschietto, Luc Trouche. – ZDM 42.1. – 2010. – pp. 33-47.
 7. Vaquero L. M. EduCloud: PaaS versus IaaS cloud usage for an advanced computer science course / Vaquero Luis M. // Education, IEEE Transactions on 54.4, 2011. – pp. 590-598.
 8. Wick D. Free and open-source software applications for mathematics and education / D. Wick // Proceedings of the twenty-first annual international conference on technology in collegiate mathematics. – 2009. – pp. 300-304.

Анотація. Безвербний І.А., Шишкіна М.П. Розгортання хмаро орієнтованого компонента навчального середовища із використанням системи Maxima.

У статті обґрунтовано, що використання сервісів хмарних обчислень є актуальною тенденцією розвитку засобів ІКТ сучасних педагогічних систем. Висвітлено перспективні шляхи організації доступу до математичного програмного забезпечення в інформаційно-освітньому середовищі вищого навчального закладу. Розглянуто особливості хмаро орієнтованого рішення при проектуванні електронних освітніх ресурсів. Наведено критерії вибору математичного програмного забезпечення при встановленні його «у хмарі». Висвітлено основні риси розгортання та реалізації програмного компоненту інформаційно-технологічної інфраструктури на базі віртуального сервера з операційною системою Ubuntu. Окреслено особливості педагогічного використання програмного компоненту із застосуванням системи Maxima, реалізованого у даній конфігурації, у процесі навчання інформатичних дисциплін у педагогічному університеті. На прикладі виконання лабораторної роботи з теорії графів продемонстровано властивості розробленого компонента. Визначено перспективні напрями педагогічного застосування хмаро орієнтованих систем у процесі навчання.

Ключові слова: хмарні технології, математичне програмне забезпечення, навчальне середовище, вищий навчальний заклад.

Аннотация. Безвербный И.А., Шишкина М.П. Развертывание облачно ориентированного компонента учебной среды с использованием системы Maxima.

В статье обосновано, что использование сервисов облачных вычислений является актуальной тенденцией развития современных ИКТ ориентированных педагогических систем. Освещены перспективные пути организации доступа к математическому программному обеспечению в информационно-образовательной среде высшего учебного заведения. Рассмотрены особенности облачно ориентированного решения при проектировании электронных образовательных ресурсов. Приведены критерии выбора математического программного обеспечения при установке его «в облаке». Освещены основные черты развертывания и реализации программного компонента информационно-технологической инфраструктуры на базе виртуального сервера с операционной системой Ubuntu. Определены особенности педагогического использования программного компонента с применением системы Maxima, реализованного в данной конфигурации, в процессе обучения информатическим дисциплинам в педагогическом университете. На

примере выполнения лабораторной работы по теории графов продемонстрированы свойства разработанного компонента. Определены перспективные направления педагогического применения облачно ориентированных систем в процессе обучения.

Ключевые слова: облачные технологии, математическое программное обеспечение, учебная среда, высшее учебное заведение.

Abstract. Bezverbnyi I., Shyshkina M. The cloud-based learning environment component deployment using the Maxima system.

The article deals with the promising ways of access to mathematical software in the information-educational environment of higher education institution. The use of the cloud computing services as a topical trend of modern pedagogical ICT systems development is emphasized. The peculiarities of the cloud-based solutions of electronic educational resources design are revealed. The mathematical software selection criteria for the purpose of cloud-based setting design are outlined. The basic features of the deployment and implementation of the software component within the information technological infrastructure on the virtual server running Ubuntu are described. The peculiarities of the pedagogical use of the software component using Maxima system, implemented in this configuration in the process of computer science learning at the pedagogical university are revealed. The example of the laboratory work on the graphs theory is demonstrated. The perspective trends of pedagogical use of the cloud-based systems in the learning process are revealed.

Keywords: cloud technologies, mathematical software, learning environment, higher education institution.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Дорошева Л. Развитие креативности мышления школьников и студентов при изучении астрономии / Лилия Дорошева // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 2 (5). – С. 15-21.

Dorosheva L. The development of pupils and students' creativity in studying astronomy // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 2 (5). – P. 15-21.

Лилия Дорошева

*Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина,
г. Мозырь, Беларусь*

РАЗВИТИЕ КРЕАТИВНОСТИ МЫШЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ АСТРОНОМИИ

Современное общество характеризуется стремительным распространением коммуникационных сетей, технических инноваций, многие из которых подчас предваряют свое время. Сейчас уже становится ясным, что адаптация личности в той среде, в которой она осуществляет свою жизнедеятельность, – весьма непростой процесс. В связи с этим жизнь в современном обществе требует от человека гибкости мышления, сообразительности, развитого дивергентного мышления, способности изобрести нечто новое, связанное с применением нетривиальных способов действий, то есть человека, обладающего креативным мышлением.

В настоящее время в Беларуси происходит совершенствование и усложнение сферы вузовского образования. Особую роль в этом приобретает проблема подготовки учителя нового типа, учителя-профессионала, способного к творчеству, к быстрому и качественному решению возникающих перед ним педагогических задач [1]. Педагогическому вузу необходимо подготовить студентов к творческой педагогической деятельности, в которой приобретаемые профессиональные навыки будут средством развития личности ученика. Важнейшими компонентами такой подготовки являются развитое творческое воображение и способность к его саморазвитию. Реальность такова, что современному специалисту высокой квалификации приходится работать в сложных, быстро изменяющихся условиях научно-технического прогресса, что требует от него постоянного обновления знаний, высокой общей эрудиции, сочетающейся с глубокими специальными знаниями, навыками проведения научного исследования и творческим отношением к своей профессиональной деятельности. Современные молодые специалисты с высшим образованием должны быть подготовлены к решению новых профессиональных задач, поиску нестандартных творческих решений, и способны к творческому саморазвитию. И если платформой для подготовки нового поколения компетентных специалистов становятся углубленные знания, то трамплином, дающим им преимущество в повседневной трудовой деятельности,

является креативность мышления. Поэтому в настоящий момент особую актуальность приобретает необходимость разработки технологии развития креативности студентов педагогического вуза. Креативность трактуется учёными с различных позиций [2]: как способность личности (Е. Торренс, Дж. Гилфорд, Д. В. Чернилевский, Д. Б. Богоявленская, В. Н. Дружинин и др.); черта личности (К. Тейлор, А. Маслоу, К. Роджерс); проявление одаренности (А. М. Матюшкин, Дж. Рензулли, В. М. Шадриков); творческая деятельность (А. В. Хуторской) и т. д. Перечисленные исследователи рассматривали проблему развития креативности различных представителей учебного процесса (учителей, преподавателей, учеников, ребенка и т. д.) в разнообразных педагогических условиях. Однако в литературе мало внимания уделяется проблеме развития креативности студентов как в процессе обучения вообще, так и в процессе изучения физических дисциплин, в частности.

Астрономия, как учебная дисциплина, имеет огромный потенциал в развитии креативности. Во-первых, это связано с многообразием разделов астрономии, при изучении которых используются различные методы и приёмы, предоставляющие широкие возможности как преподавателю, так и студенту (школьнику). Во-вторых, при изучении астрономии возможны различные формы организации учебных занятий, которые позволяют развивать креативность [3].

Однако в настоящее время отсутствует дидактическое обеспечение работы учителя, не разработан учебный материал гуманитарной направленности, не исследуются формы и методы его применения в целях развития креативности мышления. Недостаточная теоретическая разработка поставленных вопросов убеждает в актуальности исследования проблемы развития креативности учащихся.

Психологи и педагоги, работающие по исследованию специального, целенаправленного развития креативности, выделяют следующие основные условия, влияющие на формирование творческого мышления [4-7]: индивидуализация образования, исследовательское обучение, проблематизация.

Одной из актуальных проблем образования является организация такого педагогического процесса, который был бы основой развития креативности мышления в единстве с основными сферами индивидуальности.

Анализ педагогических исследований показал, что в сложившейся педагогической практике обозначенная проблема далека от разрешения. Большинство педагогов не ориентировано на развитие креативности мышления учащихся. В настоящее время появляются новые образовательные технологии [8], в большинстве из которых делается акцент на развивающие возможности содержания и форм обучения, учебного материала. Однако вопрос развития креативности мышления школьников и студентов и в них не находит достаточного освещения.

По мнению В. Н. Петровой, «формирование и развитие креативности состоит в преодолении традиций современного процесса обучения, направленного на применение методов репродуктивного характера...» [9]. Автор считает, что в рефлексивной обращенности студента на себя формируется опыт креативной деятельности в процессе обучения, а студент из пассивного «поглотителя готового знания» превращается в активного субъекта познания. К основным «стратагемам» формирования опыта учения, опыта креативной деятельности студентов можно отнести следующие [9]: создание в вузе обучающей среды, способствующей максимальному раскрытию личности студента; активную целенаправленную работу (а не участие) студента в реализации программы, направленной на понимание

творчества, креативности; поглощенность учебной деятельностью; формирование опыта самообразовательной деятельности.

В качестве примера приведем несколько задач по теме «Видимое движение небесных светил».

1. 22 декабря произошло нижнее соединение Меркурия с Солнцем. В каком созвездии находился Меркурий [10]?

В том же, что и Солнце, т. е. в созвездии Стрельца.

2. В каком созвездии находился Марс во время противостояния 21 марта [10]?

В противоположном, чем Солнце, т. е. в созвездии Девы.

3. Планета видна на расстоянии 120° от Солнца. Это верхняя планета или нижняя [10]?

Верхняя, так как нижняя планета не удаляется от Солнца на угловое расстояние далее $\sim 48^\circ$.

4. Где на земном шаре день равен ночи круглый год [11]?

День всегда равен ночи на экваторе, потому что граница освещения делит экватор на две равные половины при всяком положении земного шара.

5. Случаются ли июльские морозы и январские знойные дни [11]?

В средних широтах южного полушария июльский мороз и январский зной – обычные явления.

6. Почему в тропических странах предпочитают ставить на окна жалюзи с вертикально расположенными планками, а в средних широтах – с горизонтальными [12]?

Вблизи экватора Солнце в течение дня сильно изменяет свою высоту, но длительное время сохраняет азимут. Поэтому для поддержания постоянной освещенности в комнате вертикальные жалюзи нужно настраивать один раз и в дальнейшем можно не регулировать. На средних же широтах днем Солнце движется по азимуту, почти не изменяя своей высоты, поэтому горизонтальные жалюзи там предпочтительнее.

7. Когда на южном тропике отвесно стоящий столб в солнечный день не отбрасывает тени [10]?

В полдень около 22 декабря.

8. Можно ли где-нибудь на Земле видеть серп Луны в виде лодочки, рогами вверх [10]?

Можно, в тропических странах.

9. На географическом полюсе Земли Солнце полгода находится над горизонтом и полгода – под горизонтом. А Луна [11]?

Орбита Луны лежит в плоскости эклиптики ($\pm 5^\circ$), поэтому видимый путь Луны на небе почти совпадает с траекторией Солнца. Только Луна совершает свой оборот не за год, как Солнце, а за один лунный месяц (27,3 суток). Значит, при наблюдении с географического полюса Земли Луна будет 2 недели видна над горизонтом и на две недели скроется под горизонтом. С учетом атмосферной рефракции Луна будет видна чуть дольше.

Одним из средств развития креативности мышления является учебный материал гуманитарной направленности как педагогически целесообразная система познавательных задач, составленных на основе фрагментов из художественных произведений. В качестве примера предложим следующие задачи по теме «Луна».

1. Артур Кларк в романе «2001: Одиссея 1» [13] так описывает восход Солнца на Луне: «... на востоке из-за горизонта вырвалась тоненькая дуга нестерпимо яркого

света. Оставался еще целый час до момента, когда Солнце полностью поднимается над горизонтом ...». Определите, на какой широте Луны разворачивается действие романа [12]?

2. В рассказе А. П. Чехова «Аптекарь» [14] есть такие строки: «Неожиданно из-за отдаленного кустарника выползает большая, широколистая Луна. Она красна (вообще, Луна, вылезая из-за кустов, всегда почему-то бывает ужасно сконфужена)». Вопрос: Почему Луна была красна и широколистая? И важно ли, что кустарник был отдаленным [12]?

3. В третьей главе романа Михаила Булгакова «Мастер и Маргарита» [15] описан майский вечер в Москве на Патриарших прудах: «Небо над Москвой как бы выцвело, и совершенно отчетливо была видна в высоте полная Луна, но еще не золотая, а белая». Какую неточность допустил здесь писатель [12]?

4. По следующему описанию в стихах Валентина Солоухина [16] оцените фазу Луны и определите ее азимут [10].

Затихли в лозняке дрозды,
Померкли на рябинах гроздьи.
Запахло мятой.
Свет звезды
Красней, чем бакен в половодье.
Великий мир.
Спокойна ночь,
И над безлюдной луговиной,
Стараясь сумрак превозмочь,
Зарделся месяц половинный...

5. По следующему описанию в стихах Александра Блока [17] определите, в каком созвездии находится Луна [10].

Дух пряный марта был в лунном круге,
Под талым снегом хрустел песок.
Мой город истаял в мокрой вьюге,
Рыдал, влюбленный, у чьих-то ног.

6. По следующему описанию в стихотворении «Вечер» Зинаиды Гиппиус [18] определите азимут Луны. В каком созвездии она находится [10]?

Июльская гроза, шумя, прошла.
И тучи уплывают полосой.
Лазурь неясная опять светла...
Мы лесом едем, влажною тропой.
Спускается на землю бледный мрак.
Сквозь дым небесный виден месяц юный,
И конь все больше замедляет шаг,
И вожжи тонкие дрожат, как струны.

7. Почему в следующих стихах Александра Блока [19] месяц назван красным, и в какой фазе находится Луна?

Белой ночью месяц красный
Выплывает в синеве.
Бродит призрачно-прекрасный,
Отражается в Неве.
Мне провидится и снится
Исполненье тайных дум.

В вас ли доброе таится
Красный месяц, тихий шум?...

8. В повести «Зло» [20] русского писателя XIX века С. П. Подъячева есть такой эпизод: «Агафья проснулась рано, часу в четвертом, и потихоньку, как была в одной рубашке и босая, вышла из избы на крыльцо посмотреть, какова погода. Погода была хорошая. На улице было тихо, безмятежно, и всё молчало. Небо было чисто, безоблачно и все усыпано звёздами, как-то особенно ярко сверкавшими под утро малыми и крупными точками. Серп месяца, тонкий и молочно-бледный, окружённый какой-то дымкой, висел в беспредельной шири неба, на западе, и тихо горел, точно какая-то далекая, готовая погаснуть лампада...»

Какие астрономические неточности есть в этом описании?

9. Стихотворение Зинаиды Гиппиус «Мудрость» [21] начинается так:

Сошлись чертовки на перекрёстке,
На перекрёстке трех дорог.
Сошлись к полночи, и месяц жёсткий
Висел вверху, кривя свой рог...

Есть ли в этих строках астрономическая неточность?

10. В романе Сигрид Унсет «Улав, сын Аудуна из Хествикена» [22] есть такой эпизод. « - Бежать? - медленно спросил Улав. - Без суда?..Это владыко велит мне так? – Нет, это велю я. Епископ и окружной наместник едва ли успели узнать про убийство... Эти люди сейчас ищут тебя, но по такому бездорожью они вряд ли успеют вскорости пройти такой дальний путь и добраться сюда, а теперь уже скоро ночь. Как бы там ни было, дерзнём во имя бога - останемся здесь, пока не взойдёт после полуночи полная луна. Будет светлее, да и подморозит...»

Верно ли предложение с астрономической точки зрения?

Список использованных источников

1. Педагогические технологии: учеб. пособие для студентов педагогических специальностей / В. С. Кукушин [и др.]; под общ. ред. В.С. Кукушина. – Москва: ИКЦ «МарТ», 2004. – 333 с.
2. Туник, Е. Е. Диагностика креативности. Тест Е. Торренса / Е. Е. Туник. – Санкт-Петербург: ИМАТОН, 1998. – 169 с.
3. Селевко, Г. А. Современные образовательные технологии / Г. А. Селевко. – Москва: Народное образование, 1998. – 310 с.
4. Гребенюк, О. С. Основы педагогики индивидуальности: учебное пособие / О. С. Гребенюк, Т. Б. Гребенюк. – Калининград: Янтарный сказ, 2000. – 207 с.
5. Богоявленская, Д. Б. Психология творческих способностей: учебное пособие / Д. Б. Богоявленская. – Москва: ИЦ Академия, 2002. – 320 с.
6. Дружинин, В. Н. Психология общих способностей / В. Н. Дружинин. – Санкт-Петербург: Питер, 2002. – 368 с.
7. Пономарев, Я.А. Психология творчества и педагогика / Я. А. Пономарев. – Москва: Педагогика, 1976. – 280 с.
8. Селевко, Г. К. Современные образовательные технологии / Г. А. Селевко. – Москва: Народное образование, 1998. – 310 с.
9. Петрова, В. Н. Формирование креативной личности в процессе обучения в вузе / В. Н. Петрова // Знание. Понимание. Умение [Электронный ресурс]. – 2009. – № 9. – Режим доступа: <http://www.zpu-journal.ru/e-zpu/2009/7/Petrova/>. – Дата доступа: 16.10.2011.

10. Галузо, И. В. Астрономия: сборник качественных задач и вопросов: пособие для учителей общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения с 12 летним сроком обучения / И. В. Галузо, В. А. Голубев, А. А. Шимбалев. – Минск: Аверсэв, 2007. – 256 с.
11. Перельман, Я. И. Занимательная астрономия / Я. И. Перельман. – Москва: гос. изд-во технико-теоретич. лит-ры, 1954. – 213 с.
12. Сурдин, В. Г. Астрономические олимпиады. Задачи с решениями / Сурдин В. Г. – Москва: МГУ, 1995. – 320 с.
13. Кларк, А. 2001: Одиссея-1 / А. Кларк. – Москва: Мир, 1991. – С. 12, 26.
14. Чехов, А. П. Сочинения: в 6 т. / А. П. Чехов. – Москва: Наука, 1986. – Т. 5. – С. 192.
15. Булгаков, М. А. Белая гвардия. Мастер и Маргарита / М. А. Булгаков. – Минск: Мастацкая літаратура, 1988. – С. 308.
16. Солоухин, В. А. Заповедная тропа. Стихи / В. А. Солоухин. – Москва: Советский писатель, 1972. – С. 96.
17. Блок, А. А. Стихотворения и поэмы / А. А. Блок. – Минск: Мастацкая літаратура, 1989. – С. 212.
18. Гиппиус, З. Н. Сочинения: стихотворения, проза / З. Н. Гиппиус. – Ленинград: Художественная литература, 1991. – С. 70.
19. Блок, А. А. Стихотворения и поэмы / А. А. Блок. – Минск: Мастацкая літаратура, 1989. – С. 45.
20. Подъячев, С. П. Избранные произведения / С. П. Подъячев. – Москва: Художественная литература, 1966. – С. 376.
21. Гиппиус, З. Н. Сочинения: стихотворения, проза / З. Н. Гиппиус. – Ленинград: Художественная литература, 1991. – С. 129.
22. Унсет, С. Улав, сын Аудуна из Хествикена / С. Унсет. – Москва: Правда, 1984. – С. 178.

Анотація. Дорошева Л. Розвиток креативності школярів та студентів при вивченні астрономії.

Сучасні молоді фахівці з вищою освітою повинні бути підготовлені до вирішення нових професійних задач, пошуку нестандартних творчих рішень, і здатні до творчого саморозвитку. І якщо платформою для підготовки нового покоління компетентних фахівців стають поглиблені знання, то трампліном, що дає їм перевагу в повсякденній трудовій діяльності, є креативність мислення. Тому зараз особливої актуальності набуває необхідність розробки технології розвитку креативності студентів педагогічного вузу. У статті розглянуті проблеми розвитку креативності мислення школярів та студентів в процесі навчання, зокрема, астрономії. Наведені приклади завдань по темі «Видимий рух небесних світил» та задачі з теми «Луна», складені на основі фрагментів з художніх творів.

Ключові слова: креативність мислення, навчання астрономії, астрономічні задачі, занимательная астрономія.

Аннотация. Дорошева Л. Развитие креативности школьников и студентов при изучении астрономии.

Современные молодые специалисты с высшим образованием должны быть подготовлены к решению новых профессиональных задач, поиску нестандартных творческих решений, и способны к творческому саморазвитию. И если платформой для подготовки нового поколения компетентных специалистов становятся

углубленные знания, то трамплином, дающим им преимущество в повседневной трудовой деятельности, является креативность мышления. Поэтому в настоящий момент особую актуальность приобретает необходимость разработки технологии развития креативности студентов педагогического вуза. В статье рассмотрены проблемы развития креативности мышления школьников и студентов в процессе обучения, в частности, астрономии. Приведены примеры задач по теме «Видимое движение небесных светил» и задачи по теме «Луна», составленные на основе фрагментов из художественных произведений.

Ключевые слова: креативность мышления, обучение астрономии, астрономические задачи, занимательная астрономия.

Abstract. Dorosheva L. The development of pupils and students' creativity in studying astronomy.

Modern young specialists with higher education should be prepared to solve new professional tasks, search non-typical creative solutions, and they should be capable of creative self-development. And if profound knowledge becomes a platform to prepare new generation of competent specialists, then creative thinking is a jumping-off place, that gives them preference in day-to-day working activity. That's why the necessity of working out the technology of development the students' creative thinking in pedagogical universities takes on special urgency. The problems of development pupils and students' creative thinking during studying, particularly astronomy, have been considered in the article. The examples of the tasks on the subject "The apparent motion of celestial bodies" and the tasks on the subject "moon" have been based of the parts of fiction.

Keywords: creative thinking, studying astronomy, astronomical tasks, entertaining astronomy.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Кузьменко О.С. Вивчення симетрії у процесі навчання з квантової механіки у вищих навчальних закладах / Ольга Кузьменко // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск № 2 (5). – С. 23-28.

Kuz'menko O.S. Study of symmetry in the process of studies from quantum mechanics in higher educational establishments // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 2 (5). – P. 23-28.

УДК 53(07)

Ольга Кузьменко

Кіровоградська льотна академія Національного авіаційного університету, Україна

ВИВЧЕННЯ СИМЕТРІЇ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ З КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

Постановка проблеми. Головним напрямком реформування фізичної освіти у вищих навчальних закладах є посилення її методологічної спрямованості. Тому виникає потреба, щоб фізика, як наука сприймалась суб'єктом навчання не як перелік відкриттів чи наявність формул, а відповідно формувала наукове мислення у процесі пізнання навколишнього світу.

Рівень сформованості знань в студентів із загального курсу фізики у вищих навчальних закладах визначається засвоєнням фундаментальних фізичних понять, законів, теорії та принципів.

Особливо актуальними є питання, що пов'язані з теорією симетрії в сучасних фізичних теоріях, заснованих на об'єднанні фундаментальних взаємодій.

Найголовнішою метою фізики є дослідження фундаментальних частинок матерії та з'ясування законів їх руху та взаємодії разом з дослідженням простору і часу.

Рівень сформованості знань в студентів з фізики визначається засвоєнням фундаментальних фізичних понять, законів, теорії та принципів.

На нашу думку варто сформувати в студентів у процесі навчання з загального курсу фізики цілісне уявлення про дану науку, відповідно на основі вивчення фундаментальних понять симетрії та принципів симетрії.

Аналіз актуальних досліджень. Поняття симетрії розглядали в роботах В.С. Готта, Ф.М. Землянського, світоглядні питання в контексті теорії симетрії розглянуті Р.М. Ганієвим [2], проблемі симетрії у фізиці присвячені роботи Дж. Еліота, П. Добера [4], О.С. Компанієць висвітлив проблему симетрії в мікро- та макро- світі, В.В. Мултановського, який розглядає симетрію у класичній механіці [7], Е. Вігнер відзначав в своїх роботах найважливіші проблеми філософського і природничо-наукового характеру, пов'язані з симетрією [1], М.І. Садовий [9] розглядав симетрії елементарних частинок, М. Сенешаль та Дж. Флек розглядали симетрію повороту,

трансляції, причини та наслідку [10], Р. Нокс і А.Голд вивчили симетрію твердого тіла [8], Ю.А. Урманцев висвітлював симетрію природи [11] та ін.

Метою статті є розгляд законів збереження динамічних величин та їхній взаємозв'язок з симетрією в процесі вивчення квантової механіки студентами вищих навчальних закладів.

Виклад основного матеріалу. У процесі вивчення квантової механіки важливе значення мають закони збереження динамічних величин, що характеризують стан мікрочастинок та його зміну. Динамічними величинами є енергія, імпульс та момент імпульсу, що мають універсальне використання в процесі вивчення студентами всього загального курсу фізики у вищих навчальних закладах. Під час вивчення мікрочастинок з квантової фізики до законів збереження додатково вивчаються студентами закони збереження парності.

В класичній механіці та електродинаміці отримують закони збереження з рівнянь Ньютона та Максвелла. З них отримують закони зміни імпульсу, моменту імпульсу, енергії та розглядають умови їх виникнення. До таких умов відносять замкненість та ізолюваність системи, наприклад в механіці розглядають тіла, а в електродинаміці – поля та заряджені тіла.

Для того щоб виявити, який взаємозв'язок існує між законами збереження в квантовій механіці та симетрією розглянемо їх.

Вивчаючи квантову механіку, розглядаємо рівняння Шредінгера за допомогою якого отримуємо формулу (1) для оператора деякої фізичної величини

$$\hat{A} = \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{A}]. \quad (1)$$

Застосовуючи його для розрахунку похідної за часом від середнього значення величини за умовою $\hat{A} = 0$, $\vec{a} = const$. Тоді середнє значення фізичної величини зберігається з часом.

Розглянемо умови збереження деякого значення фізичної величини. Якщо функція стану ψ , співпадає з значенням функції φ_i оператора $\hat{A}$, то дана величина має значення a_i . Використовуючи формулу $\vec{a} = \int \psi^*(x) \hat{A} \psi(x) dx$, отримаємо $\vec{a} = a_i$. Якщо оператор (1) рівний нулеві, то значення зберігається.

Розглянемо закони збереження динамічних величин.

1. Закон збереження енергії. Оператор Гамільтона може, як залежати від часу так і ні. Для стаціонарних полів, маємо, що $\frac{\partial \hat{H}}{\partial t} = 0$. Крім цього $[\hat{H}, \hat{H}] = 0$, а відтак $\hat{H} = 0$ та $\vec{E} = const$.

Отже, енергія мікрочастинки в стаціонарному полі зберігається. Оператор Гамільтона для вільної частинки не має часу, тобто енергія вільної частинки є величиною постійною. Якщо розглянути замкнену систему, то потрібно враховувати всі взаємодіючі частинки та звернути увагу на те, що потенціальна енергія залежить від відстані між ними. Тому гамільтоніан системи не має такої складової, як час. Тому, енергія замкненої системи мікрочастинок зберігається.

2. Закон збереження імпульсу. Оператор імпульсу частинки розраховується за формулою $\hat{p} = -i\hbar \nabla$ та комутує з оператором Гамільтона для вільної частинки $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2$. Отже, імпульс вільної частинки зберігається.

Якщо частинка знаходиться в силовому полі, то оператор Гамільтона має координати, на які діє оператор імпульса, тобто $\hat{p}$ та $\hat{H}$ в загальному випадку не комутують. Тому в силовому полі імпульс не зберігається.

Для замкненої системи частинок оператор імпульса комутує з оператором Гамільтона, тобто імпульс замкненої системи мікрочастинок зберігається [7].

3. Закон збереження моменту імпульса. Оператор моменту імпульсу для частинки розраховується за формулою $\hat{L} = -i\hbar[\vec{r}\nabla]$, що не має складової часу та комутує з оператором Гамільтона вільної частинки. Отже, момент імпульсу вільної частинки зберігається.

Тому закони збереження енергії, імпульсу та моменту імпульсу в квантовій механіці за формою та змістом подібні класичним.

Розглянемо зв'язок законів збереження з інваріантністю оператора Гамільтона відносно перетворень симетрії. Закони збереження фізичних величин пов'язані з властивостями симетрії простору та часу.

Симетрія (від грец. *συμμετρέιν* — міряти разом) — це категорія, що визначає процес існування та становлення тотожних моментів у певних умовах та відношеннях між різними та протилежними станами явищ світу [11].

Поняття симетрії відіграє велику роль у фізиці. Перш за все слід відзначити просторову симетрію, якою можуть характеризуватися фізичні об'єкти. Слід розрізняти симетрію трансляції, симетрію дзеркального відображення, симетрію поворотів, гвинтову симетрію тощо. Особливим видом симетрії є *ізотропність* — незалежність властивостей фізичної системи від напрямку, *однорідність* — незалежність властивостей фізичної системи від точки простору.

Симетрія властивостей квантово-механічної системи щодо перестановки частинок місцями лежить в основі принципу нерозривності частинок. Для багатьох фізичних систем характерні свої особливі приховані типи симетрії. У фізиці елементарних частинок - калібрувальна інваріантність — симетрія частинок відносно певного типу перетворень, завдяки якій можна встановити внутрішню структуру у великій кількості відкритих фізиками елементарних частинок. Цікаво розглянуто приклади точкової та трансляційної симетрії в квантовій механіці в книжці Р.Нокса та А.Голда [8].

В основному рівнянні квантової механіки — рівнянні Шредінгера система містить оператор Гамільтона, тому симетрія такої системи проявляє себе в інваріантності гамільтоніана відносно відносно будь-яких перетворень координат та часу.

Розглянемо перетворення координат:

$$\vec{r} = \vec{r}', \quad (2)$$

що виражає будь-яке переміщення системи як цілого в просторі, наприклад зміщення, поворот та ін. Тоді доцільно записати формулу (2) в іншому виді:

$$\vec{r}' = \hat{S}\vec{r}. \quad (3)$$

Обернене перетворення виражаємо оператором $\hat{S}^{-1}$. Останній вираз означає, що

$$\vec{r} = \hat{S}^{-1}\vec{r}'. \quad (4)$$

Нехай стан системи описувався функцією $\psi(\vec{r})$. Зробимо перетворення формули (3), що змінить $\vec{r}$ та вигляд ψ . Але, якщо існує відповідна симетрія простору, то в точку

$\vec{r}'$ перейде значення хвильової функції в точці $\vec{r}$. Отже нова хвильова функція $f(\vec{r}')$ задовільняє рівності

$$f(\vec{r}') = f(\hat{S}\vec{r}) = \psi(\vec{r}). \quad (5)$$

Введемо оператор $\hat{R}$, який змінює вид функції в наступному перетворенні

$$\hat{R}\psi(\vec{r}) = f(\vec{r}'), \quad (6)$$

де $\hat{R}$ є оператором повороту, відбивання та відхилення системи в дзеркалі.

Доведемо, якщо гамільтоніан інваріантний відносно перетворення (3), то оператор $\hat{R}$ комутує з оператором Гамільтона. Згідно формул (5) та (6) отримаємо, що

$$\hat{R}\psi(\vec{r}) = \psi(\hat{S}^{-1}\vec{r}). \quad (7)$$

Введемо позначення $\vec{r}'' = \hat{S}^{-1}\vec{r}$, яке використаємо для перетворення формули (7). Тоді для функції φ маємо

$$(\hat{R}\hat{H})\varphi = \hat{R}(\hat{H}\varphi) = \hat{H}(\vec{r}'')\varphi(\vec{r}''), \quad (8)$$

$$(\hat{H}\hat{R})\varphi = \hat{H}(\hat{R}\varphi) = \hat{H}(\vec{r})\varphi(\vec{r}''). \quad (9)$$

Оскільки $\hat{H}(\vec{r}) = \hat{H}(\vec{r}'')$, тобто перетворення $\hat{S}$ не змінює гамільтоніан, тоді праві частини рівності співпадають. Тоді, $\hat{R}\hat{H} = \hat{H}\hat{R}$. Отже, дане твердження доведено.

Якщо оператор фізичної величини не залежить від часу та комутує з гамільтоніаном, то відповідно ця фізична величина зберігається. Комутативність операторів $\hat{R}$ та $\hat{H}$ вказує на закон збереження величини R .

В багатьох випадках кінцеве перетворення координат можливо показати як сукупність послідовних нескінчених малих перетворень. Наприклад, якщо розглянути трансляцію системи в просторі, то

$$\vec{r}' = \vec{r} + \delta\vec{r}. \quad (10)$$

Обернене перетворення формули (10) має наступний вид

$$\vec{r} = \vec{r}' - \delta\vec{r}. \quad (11)$$

З точністю до членів другого порядку малості, отримаємо

$$\psi(\hat{S}^{-1}\vec{r}) = \psi(\vec{r} - \delta\vec{r}) \approx \psi(\vec{r}) - \delta\vec{r}\nabla\psi. \quad (12)$$

Згідно формули (6)

$$\hat{R}\psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r}) - \delta\vec{r}\nabla\psi. \quad (13)$$

Звідси

$$\hat{R} = 1 - \delta\vec{r}\nabla. \quad (14)$$

Формула (14) характеризує розрахунок оператора нескінченно малого зміщення, наприклад трансляції в просторі.

Тому, закон збереження імпульсу є наслідком однорідності простору, або наслідком інваріантності фізичних перетворень щодо перенесень у просторі. Закон збереження моменту імпульсу є наслідком ізотропності простору, або наслідок інваріантності фізичних законів відносно поворотів у просторі. Закон збереження енергії є наслідком однорідності часу, або наслідок інваріантності відносно фізичних законів щодо перенесень у часі.

Отже, симетрія обмежує різноманітність не тільки структур, але і різноманітність варіантів поведінки фізичних систем.

Висновок. В результаті проведених досліджень та вище зазначеного констатуємо те, що доцільність підпорядкування змісту навчального матеріалу з фізики базується на фундаментальних поняттях, одним з яких є симетрія. Ознайомлення та вивчення

студентами симетрії та його взаємозв'язок із законами збереження квантової механіки сприятимуть формуванню сучасного наукового мислення, а також забезпечуватиме систематизацію знань з фізики та формуванню наукового світогляду.

Перспективи подальших досліджень полягають в детальному аналізі поняття симетрії та його використання у навчанні фізики у вищих навчальних закладах.

Список використаних джерел

1. Вигнер Е. Этюды о симметрии / Е. Вигнер. — М.: «МИР», 1971. — 318 с.
2. Ганиев Р.М. Групповая симметрия в множестве мировоззренческих высказываний / Роберт Маликович Ганиев. — Владикавказ: Северо-Осетинский гос. ун-т им.К.Л.Хетагурова, 2001. — 108 с.
3. Грин Б. Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории / Б. Грин. — М.: URSS ; КомКнига, 2007. — 286 с.
4. Элиот Дж. Симметрия в физике / Дж. Элиот П. Добер; Соч. в 2-х т. — Т.1. — М.: Мир, 1983. — 364 с.
5. Илларионов С.В. Принципы симметрии в физике элементарных частиц / С.В. Илларионов, Е.А. Мамчур // Философские проблемы физики элементарных частиц (тридцать лет спустя) / Отв. ред. Ю.Б. Молчанов. — М.: РАН, 1994. — 217с. — С. 167-199.
6. Компанеец А.С. Симметрия в микро- и макромире / Компанеец А.С. — М.: Наука, 1978. — 208 с.
7. Мултановский В.В. Курс теоретической физики / Мултановский В.В. — М.: Просвещение, 1988. — 304 с.
8. Р. Нокс Симметрия в твердом теле. Перевод с англ. Под ред. В.Л. Бонч-Бруевича. / Р.Нокс, А. Голд. — М.: Издательство «Наука», 1970. — 424 с.
9. Садовий М.І. Окремі питання сучасної та традиційної фізики: Навчальний посібник для студентів педагогічних навчальних закладів освіти. / М.І. Садовий, О.М.Трифонов — Кіровоград: Видавництво ПП «Каліч О.Г.», 2007. — 307 с.
10. Сеншаль М. Узоры симметрии. Перевод с англ. Под ред. Акад. Н.В. Белова и проф. Н.Н. Шефталя / М. Сеншаль, Дж. Флек. — М.: Издательство «Мир», 1980. — 269 с.
11. Урманцев Ю.А. Симметрия природы и природа симметрии / Ю.А. Урманцев. — М.: Мысль, 1974. — 229 с.

Анотація. Кузьменко О.С. Вивчення симетрії у процесі навчання з квантової механіки у вищих навчальних закладах

У статті аналізуються та розглядаються закони збереження динамічних характеристик квантової механіки, таких як енергія, момент імпульсу та імпульс. Виявлено їх взаємозв'язок з фундаментальними поняттями симетрії, яке покладено в основу сучасних фізичних теорій. Принципи симетрії використовуються в об'єднуючих фізичних теоріях. Проте слід відзначити, що теорія великого об'єднання, заснована на принципах симетрії, знаходиться у стадії розробки. Роль принципів інваріантності у фізиці ще не вичерпана, і ми далекі від універсального закону природи.

Симетрія властивостей квантово-механічної системи щодо перестановки частинок місцями лежить в основі принципу нерозривності частинок. Для багатьох фізичних систем характерні свої особливі приховані типи симетрії. У фізиці елементарних частинок — калібрувальна інваріантність — симетрія частинок

відносно певного типу перетворень, завдяки якій можна встановити внутрішню структуру у великій кількості відкритих фізиками елементарних частинок.

Симетрія виявляє взаємозв'язок фізичних законів, спрощує розуміння складних процесів, що протікають у мікросвіті та розглядаються у навчанні з фізики.

Ключові слова: фізика, симетрія, закони збереження, енергія, момент імпульсу, імпульс, процес навчання.

Аннотация. Кузьменко О.С. Изучение симметрии в процессе обучения по квантовой механике в высших учебных заведениях

В статье анализируются и рассматриваются законы сохранения динамических характеристик квантовой механики, такие как энергия, момент импульса и импульс. Обнаружена их взаимосвязь с фундаментальным понятием симметрии, которое положено в основу современных физических теорий. Принципы симметрии используются в объединительных физических теориях. Однако следует отметить, что теория большого объединения, основанная на принципах симметрии, находится в стадии разработки. Роль принципов инвариантности в физике еще не исчерпана, и мы далеки от универсального закона природы.

Симметрия свойств квантово-механической системы относительно перестановки частиц местами лежит в основе принципа неразрывности частиц. Для многих физических систем характерны свои особенные скрытые типы симметрии. В физике элементарных частиц - калибровочная инвариантность — симметрия частиц относительно определенного типа превращений, благодаря которой можно установить внутреннюю структуру в большом количестве открытых физиками элементарных частиц.

Симметрия обнаруживает связь физических законов, упрощает понимание сложных процессов, которые протекают в микромире и рассматриваются в обучении по физике.

Ключевые слова: физика, симметрия, законы сохранения, энергия, момент импульса, импульс, процесс обучения.

Abstract. Kuz'menko O.S. Study of symmetry in the process of studies from quantum mechanics in higher educational establishments

The laws of maintenance of dynamic descriptions of quantum mechanics are analysed in the article and examined, such as energy, moment of impulse and impulse. Their intercommunication is educed with the fundamental concept of symmetry, that is fixed in basis of modern physical theories. Principles of symmetry are used in unifying physical theories. However it should be noted that the theory of large association, based on principles of symmetry, is in the stage of development. The role of principles of invariance in physics is not yet outspent, and we are distant from an universal law

Symmetry of properties of the quantum mechanical system in relation to transposition of particles placed is the basis of principle of unbreak of particles. For many physical systems the special encapsulated types of symmetry are characteristic. In physics of elementary particles - a gauge invariance is symmetry of particles in relation to the certain type of transformations, due to that it is possible to set the underlying structure of in great numbers open physicists elementary particles.

Keywords: physics, symmetry, laws of maintenance, energy, moment of impulse, impulse, process of studies.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Лукашова Т.Д. Прості числа та деякі пов'язані з ними проблеми теорії чисел / Тетяна Лукашова // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск № 2 (5). – С. 29-37.

Lukashova T.D. Primes and Some Other Related Problems of Number Theory // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 2 (5). – P. 29-37.

УДК 511.172

Тетяна Лукашова

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, Україна

ПРОСТІ ЧИСЛА ТА ДЕЯКІ ПОВ'ЯЗАНІ З НИМИ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ

Постановка проблеми. У теорії чисел час від часу виникають задачі, в яких вимагається довести той чи інший закон, що є правильним і перевіреним для багатьох частинних випадків. Як правило, такі задачі є настільки елементарними за своїм змістом, що зрозуміти їх може кожен школяр. Проте незважаючи на оманливу простоту формулювання, їх розв'язання роками, а іноді й століттями не піддається зусиллям найвидатніших математиків. Чимало таких проблем стосується саме простих чисел (див., наприклад, [1,367]).

Як відомо, усі цілі числа залежно від кількості їх дільників можна розділити на 4 групи:

- числа, що мають лише 1 натуральний дільник (це числа 1 та -1);
- числа, які мають рівно 2 натуральних дільники (це, наприклад, числа: 2, -2, 3, -3, 5, -5,...) - їх називають простими;
- числа, в яких кількість натуральних дільників скінченна, але більша за два (наприклад: 4, -4, 6, -6, 9, -9,...) - такі числа називають складеними;
- числа, що мають нескінченну кількість натуральних дільників (це число нуль).

Зрозуміло, що досить розглядати лише додатні цілі числа. Виняткова роль простих чисел пояснюється тим, що вони виступають свого роду будівельним матеріалом для конструювання складених чисел. Тому й не дивно, що вони з давніх часів були предметом спеціального вивчення.

Аналіз актуальних досліджень. Певні факти про кількість простих чисел, їх розподіл та властивості були відомі ще стародавнім грекам. Зокрема, Евклід у дев'ятій книзі «Елементів» навів просте й оригінальне доведення нескінченності множини простих чисел. Питання щодо розподілу простих чисел у натуральному ряді виявилось набагато складнішим. Знадобилося майже дві тисячі років, щоб «оцінити» кількість простих чисел та передбачити їх появу у натуральному ряді. У вивчення цього питання особливий внесок зробили Л. Ейлер, П. Ферма, А. Лежандр, К. Гаусс, П. Чебишов,

Ж.Адамар, Ш.Валле Пуссен, І. Виноградов. При цьому слід зазначити, що доведення окремих фактів щодо розподілу простих чисел потребувало більш тонких інструментів ніж ті, якими володіла класична теорія чисел, та спиралося на спеціальні питання комплексного аналізу і теорії ймовірностей. Незважаючи на досить довгу історію дослідження, прості числа приховують ще чимало таємниць, які й дотепер залишаються без відповіді.

Мета статті – розглянути найвідоміші проблеми теорії чисел, зокрема, проблему розподілу простих чисел у натуральному ряді та проблему пошуку аналітичного виразу для запису простих чисел, а також пов'язані з цим питання щодо простоти деяких спеціальних типів натуральних чисел.

Виклад основного матеріалу. З часів Евкліда, математиків різних часів цікавило питання, за яким законом розподіляються прості числа у натуральному ряді. За словами відомого американського математика, фахівця з теорії чисел, Дона Цагіра, «прості числа ростуть серед натуральних, як бур'ян, підкоряючись випадку, і ніхто не може передбачити, де виросте наступне просте число».

Нерівномірність розподілу простих чисел виявляється у наступному:

- існує єдина пара послідовних простих чисел $(2 \text{ і } 3)$;
- є прості числа, різниця між якими рівна 2 (це так звані **числа-близнюки**: $3 \text{ і } 5$, $5 \text{ і } 7$, $11 \text{ і } 13$ тощо);
- відомо, що між числами n та $2n$ ($n > 7$) міститься хоча б 1 просте число (так званий постулат Бертрана, сформульований у 1845 році. Доведення цього факту було отримано значно пізніше, у 1852 році П. Чебишовим);
- існують проміжки, що включають мільйони натуральних чисел, серед яких немає жодного простого. Це, наприклад, ряд чисел: $n! + 2$, $n! + 3$, ..., $n! + n$, в якому кожне число ділиться на $2, 3, \dots, n$ відповідно.

Якщо розташувати натуральні числа по спіралі, можна побачити, що прості числа утворюють досить довгі ланцюжки вздовж діагоналей (так звана скатертина Улама). На рисунку 1 чорними точками позначено прості числа.

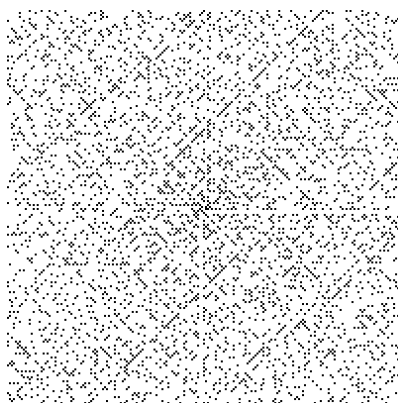


Рис. 1

У теорії чисел для підрахунку кількості простих чисел, що не перевищують числа x , було уведено спеціальну функцію, яку позначають $\pi(x)$. Зокрема, $\pi(100) = 25$, що становить 25% від загальної кількості натуральних чисел, які не перевищують 100; $\pi(1000) = 169$ – 17%, $\pi(10^6) = 78498$ – 7,8%, $\pi(10^9) = 50847478$ – 5,1% від загального числа натуральних чисел у вказаному діапазоні. Як видно, частота появи простих чисел зі збільшенням x зменшується.

У 1850р. П. Чебишов довів, що $a \frac{x}{\ln x} < \pi(x) < b \frac{x}{\ln x}$, де $a = 0,921$; $b = 1,106$.
Безпосередньо з цього факту випливає, відома теорема Ейлера

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x)}{x} = 0.$$

Фактично, це означає, що простих чисел у натуральному ряді мізерна кількість.

У 1792р. Карл Гаусс, досліджуючи таблиці простих чисел, знайшов функцію, яка дає досить точне наближення значень функції $\pi(x)$: $\pi(x) \approx \frac{x}{\ln x}$. Пізніше ним же було

знайдене ще краще наближення: $\pi(x) \approx \int_2^x \frac{dt}{\ln t} = Li(x)$.

Досліджуючи графіки функцій $y = \pi(x)$ та $y = \frac{x}{\ln x}$ можна помітити, що зі збільшенням x похибка наближення функції $y = \pi(x)$ зменшується. Цей факт було обґрунтовано у 1848р. Чебишовим, який довів, що

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x)}{\frac{x}{\ln x}} = 1,$$

за умови, що границя існує.

Остання рівність виражає асимптотичний закон розподілу простих чисел та означає, що функції $y = \pi(x)$ та $y = \frac{x}{\ln x}$ асимптотично рівні, тобто «поводяться» себе майже однаково на нескінченності.

Існування вказаної вище границі було доведено майже через 50 років Ж.Адамаром та Ш. Валле Пуссенном із використанням функції комплексної змінної та дослідженні поведінки дзета-функції Рімана

$$\zeta(x) = \prod_p \frac{1}{1 - \frac{1}{p^x}}, x \in \mathbb{C}.$$

Елементарне доведення асимптотичного закону було отримано лише у 1949 році А. Сельбергом та П. Ердьошем. Як наслідок з асимптотичного закону розподілу простих чисел випливає послаблення постулату Бертрана про те, що в інтервалі між x та $(1 + \varepsilon)x, \varepsilon > 0$ знайдеться хоч одне просте число.

Наступне питання, що постає при вивченні простих чисел пов'язане з визначенням, чи буде задане число n простим. Для цього слід з'ясувати, чи будуть його дільниками прості числа, що не перевищують $\sqrt{n}$. Останній факт було обґрунтовано відомим математиком Середньовіччя Леонардо Фібоначчі.

Метод знаходження простих чисел у вказаному діапазоні та складання відповідних таблиць простих чисел був запропонований наприкінці IIIст. до н.е. Ератосфеном Киренським. Він полягає у послідовному викреслюванні чисел, кратних 2, 3, і т.д. і називається решето Ератосфена. При цьому невикресленими залишаться якраз прості числа.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20,...

Зазначимо, що зі збільшенням n вказаний спосіб стає непридатним. У наш час

снує ціла низка більш ефективних і швидких методів перевірки простоти числа n . Для цього будується послідовність

$$k_0 = 1, k_1, k_2, \dots, k_{n-1}, \text{ де } k_{i+1} = \begin{cases} 2k_i, & 2k_i < n, \\ 2k_i - n, & \text{в іншому випадку.} \end{cases} \quad i = 0, 1, \dots, n-2.$$

Якщо $k_{n-1} \neq 1$, то n - складене, в іншому випадку питання залишається відкритим. Вказаний спосіб ґрунтується на малій теоремі Ферма і був відомий математикам стародавнього Китаю.

Полювання за простими числами набрало обертів у 17-му столітті. Першу таблицю простих чисел (від 2 до 713) склав Антоніо Кательді (1608р.). У 1668р. Пелль знайшов прості числа у межах 10 тисяч. У 1770р. Йоган Ламберт опублікував таблицю найменших простих дільників чисел, що не перевищують 102 тисяч.

До середини XIX ст. були складені таблиці простих чисел до 1 млн. Зокрема, професор Празького університету Якуб Кулик знайшов прості числа до 100 млн. Це зайняло 7 томів. У XXст. американцем Лемером та його учнями було знайдено прості числа в межах до 10 млрд.

Складність перевірки чисел на простоту спонукала багатьох математиків поставити питання про пошук формули, які б генерували прості числа. Такі формули пропонувались багатьма вченими, проте у багатьох випадках вони давали лише скінченне число простих значень. Зокрема, наступні формули генерують прості числа для вказаних значень n :

$$p = 2n^2 + 29 \quad - \text{Лежандр (при довільних натуральних значеннях аргумента } n = 0, 1, \dots, 29);$$

$$p = n^2 + n + 41 \quad - \text{Ейлер (} n = 0, 1, \dots, 39);$$

$$p = n^2 - 79n + 1601 \quad - \text{Ескот (} n = 0, 1, \dots, 79) [1, 36].$$

У зв'язку з цим відзначимо проблему Лежандра (XVIII ст.) про те, що кожна арифметична прогресія, різниця і перший член якої взаємно прості, містить нескінченну кількість простих чисел. Тобто, многочлен $2 + 3n$ генерує безліч простих чисел. Це твердження було доведено лише через 100 років Леженом Діріхле.

У 1752 р. Гольдбах показав, що жоден многочлен від однієї змінної з цілими коефіцієнтами не може набувати лише простих значень. Проте й досі невідомо, чи існує многочлен від однієї змінної (окрім лінійного) серед значень якого буде нескінченна кількість простих чисел при довільних натуральних значеннях аргумента [1, 36]. З іншого боку, відомий цілий ряд функцій, що при всіх натуральних значеннях аргумента набувають лише простих значень. Зокрема, ще у 1947 році Міллс довів, що існує таке дійсне число A , більше за 1, що число $[A^{3^n}]$ є простим для всіх $n \in \mathbb{N}$. На жаль, ніхто й досі не знає, чому дорівнює A .

У 1952 р. Джулія Робінсон довела, що існує експоненціальний многочлен від кількох змінних, множина значень якого для натуральних значень аргументів збігається з множиною простих чисел. На підставі цього у 1970р. Юрій Матіясевиц сконструював многочлен 25-го степеня з 26 змінними, значення якого в цілих точках дає лише прості числа.

Одну з формул для задання простих чисел запропонував свого часу відомий французький математик П.Ферма. Він висловив припущення, що всі числа виду $F_n = 2^{2^n} + 1$, де $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, будуть простими. Це підтверджувалось тим, що при $n = 0, 1, 2, 3, 4$ формула справді давала прості числа 3, 5, 17, 257, 65537. Наступне число,

$F_5 = 2^{2^5} + 1 = 4294867297$, було настільки великим, що Ферма не зміг встановити, є воно простим, чи ні. У 1732 році Ейлер показав, що це число складене (бо F_5 ділиться на 641) і тим самим спростував гіпотезу Ферма. Окрім того, Ейлер знайшов загальний критерій перевірки того факту, чи є число F_n складеним і довів, що усі натуральні дільники числа F_n містяться серед чисел виду $2^{n+2} \cdot k + 1$ (де $k = 0, 1, 2, \dots$) [3, 65].

Пізніше числами F_n почали називати **числами Ферма**. Нині відомо вже 46 складених чисел Ферма. Такими є, наприклад, $F_6, F_7, F_8, F_{13}, F_{36}, F_{55}, F_{150}, F_{452}, F_{1945}$. Серед них є числа, для яких повністю знайдено всі їх прості дільники (наприклад, для F_5 та F_6); для яких знайдено лише один простий дільник (наприклад, для числа F_{1945}), а є й такі, для яких ще не знайдено жодного простого дільника, хоча точно відомо, що вони існують (наприклад, для F_7, F_8, F_{13}) [2, с 25].

Для уявлення грандіозності таких розрахунків слід зауважити, що число $F_{36} = 2^{2^{36}} + 1$ містить більш як 20 мільярдів цифр, а найбільше з відомих складених чисел Ферма F_{1945} має більш як 10^{582} цифр. У 70-тих роках минулого століття було знайдено один простий дільник для цього числа, а саме: $p = 5 \cdot 2^{1947} + 1$. Для цього, спираючись на критерій Ейлера, число F_{1945} ділили на числа виду $2^{1947} \cdot k + 1$ за допомогою спеціально запрограмованих ЕОМ [3, 65].

Пізніше, як поправку до твердження Ферма, було висловлено припущення, що усі члени послідовності $2+1, 2^2+1, 2^{2^2}+1, 2^{2^{2^2}}+1, 2^{2^{2^{2^2}}}+1, \dots$ прості. Проте, у 1953 році цю гіпотезу було спростовано. Виявилось, що п'яте число $F_{16} = 2^{2^{2^{2^2}}} + 1$ не є простим (його дільником є число $2^{18} \cdot 3150 + 1$) [3, 71].

Прості числа Ферма тісно пов'язані з розв'язуванням однієї з найцікавіших проблем геометрії. Йдеться про можливість побудови правильних многокутників за допомогою циркуля й лінійки. Розв'язок цієї задачі, знайдений Гауссом, полягає у наступному (див. [2, 28]): *правильний многокутник може бути побудований за допомогою циркуля й лінійки тоді і тільки тоді, коли кількість його сторін дорівнює добутку 2 у будь-якому цілому невід'ємному степені і різних простих чисел Ферма*.

Таким чином, кількість сторін правильного n -кутника має дорівнювати: $n = 2^k \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k$ (де $k=0, 1, 2, 3, \dots$, а $p_1, p_2, \dots, p_k$ — різні прості числа Ферма). Наприклад, при $k=0$ і $p=F_1=5$, $n=5$, а при $p=F_2=17$, $n=17$. Отже, за допомогою циркуля й лінійки можна побудувати правильні: 5-кутник, 10-кутник, 17-кутник, правильний 85-кутник, 340-кутник і т. д. Слід відзначити, що серед 1000 перших значень n є всього 54 числа такого виду.

Іншою важливою групою натуральних чисел є так звані **числа Мерсенна**. Це числа виду $M_n = 2^n - 1$, де n — довільне натуральне число. Свою назву вони отримали на честь французького математика XVII століття М. Мерсенна, який у роботі «Фізично-математичні роздуми» стверджував, що числа M_n для $n \leq 257$ будуть простими лише при $n = 2, 3, 5, 7, 13, 19, 31, 67, 127, 257$. Зазначимо, що у багатьох випадках Мерсенн помилявся.

З відомої формули $a^k - b^k = (a-b) \cdot (a^{k-1} + a^{k-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{k-2} + b^{k-1})$ випливає, що $2^n - 1 = 2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^2 + 2^1 + 1$, тобто число Мерсенна M_n можна визначити як суму

n перших членів геометричної прогресії $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots$. З цієї формули випливає також, що для складеного числа $n = k \cdot l$, де $k > 1, l > 1$

$$2^n - 1 = (2^l)^k - 1 = (2^l - 1)(2^{l(k-1)} + \dots + 2^l + 1),$$

тобто $2^n - 1$ ділиться на $2^l - 1$. Отже, $2^n - 1$ може бути простим числом лише тоді, коли n – просте число.

Довгий час вважалося, що правильним є й обернене твердження, тобто для будь-якого простого n , число M_n також є простим. Проте, у 1536 році було доведено складеність числа $M_{11} = 2^{11} - 1 = 2047 = 23 \cdot 89$ (Г. Регіус), у 1640 році – складеність чисел M_{23} та M_{37} (Ферма), а у 1738 році – числа M_{29} (Ейлер).

При великих значеннях n встановлення того, чи є відповідне число M_n простим, вимагає величезних обчислень. У наш час відомо всього 35 простих чисел Мерсенна. Тривалий час (аж до 1952 року) найбільшим з них вважалося число $M_{127} = 2^{127} - 1$, що мало у своєму записі 39 цифр. Простоту цього числа було встановлено у 1876 році математиком Люка. Перевірка спиралася на наступні твердження:

1) для непарного p число M_n просте тоді і тільки тоді, коли воно ділить K_{n-1} , де $K_{n+1} = K_n^2 - 2$ і $K_1 = 4$ (критерій Люка-Лемера);

2) якщо n – просте число, то всі натуральні дільники числа M_n мають вигляд $2 \cdot n \cdot k + 1$ (де $k = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Наприклад, $M_3 = 2^3 - 1 = 7$ є дільником $K_2 = 14$, $M_5 = 2^5 - 1 = 31$ є дільником $K_4 = 37643$, тому за першим із тверджень числа M_3 та M_5 – прості.

Спираючись на друге твердження, можна знайти власні дільники числа M_n . Так, для числа M_{11} ними є числа 23 і 89: $23 = 2 \cdot 11 \cdot 1 + 1$ ($k = 1$), $89 = 2 \cdot 11 \cdot 4 + 1$ ($k = 4$). Можна переконатись, що й дільники числа M_{67} також задовольняють вказане твердження: $193707721 = 2 \cdot 67 \cdot 1445580 + 1$, $761838257287 = 2 \cdot 67 \cdot 5685360129 + 1$.

Завдяки елементарності перевірки критерію Люка-Лемера на комп'ютері, постійно обчислюються нові прості числа Мерсенна, які нині є найбільшими з відомих простих чисел. Зокрема, останнє відкрите просте число Мерсенна $M_{1398269}$ містить у своєму десятковому записі 420921 знаків. Щоб вмістити це число, знадобиться близько 120 журнальних сторінок!

Відкриття кожного такого числа стає справжньою сенсацією. Так, на честь відкриття 23 простого числа Мерсенна $2^{11213} - 1$ в обчислювальному центрі Іллінойського університету, цей університет зобразив його на своєму поштовому штемпелі, а відкриття 25 та 26 чисел Мерсенна стало справжньою телевізійною сенсацією [4].

Інформацію про відомі у наш час прості числа Мерсенна наведено нижче у таблиці 1 [4].

Таблиця 1.

Прості числа Мерсенна

№	n	Знаків у M_n	Рік відкриття	Відкривач
1	2	1	–	–
2	3	1	–	–
3	5	2	–	–
4	7	3	–	–
5	13	4	1456	–
6	17	6	1588	Катальді
7	19	6	1588	Катальді
8	31	10	1772	Ейлер

№	p	Знаків у M_p	Рік відкриття	Відкривач
9	61	19	1883	Первушин
10	89	27	1911	Пауерс
11	107	33	1914	Пауерс
12	127	39	1876	Люка
13	521	157	1952	Робінзон
14	607	183	1952	Робінзон
15	1279	386	1952	Робінзон
16	2203	664	1952	Робінзон
17	2281	687	1952	Робінзон
18	3217	969	1957	Різель
19	4253	1281	1961	Гурвіц
20	4423	1332	1961	Гурвіц
22	9941	2993	1963	Джиліс
23	11213	3376	1963	Джиліс
24	19937	6002	1971	Акерман
25	21701	6533	1978	Нолл, Нікель
26	23209	6987	1979	Нолл
27	44497	13395	1979	Нелсон, Словінський
28	86243	25962	1982	Словінський
29	110503	33265	1988	Колквіт, Уелш
30	132049	39751	1983	Словінський
31	216091	65050	1985	Словінський
32	756839	22732	1992	Словінський, Гейдж
33	859433	258416	1994	Словінський, Гейдж
34	1257787	378632	1996	Словінський, Гейдж
35	1398269	420921	1996	Арменгауд
36	2976221	895932	1997	Спенс, Вольтман
37	3021377	909526	1998	Кларксон, Вольтман, Куровські
38	6972593	2098960	1999	Хаджратвала, Вольтман, Кіровські
39	13466917	4053946	2001	Камерон, Вольтман, Куровські

З числами Мерсенна тісно пов'язані так звані досконалі числа. *Досконалыми* називають числа, які дорівнюють сумі своїх власних дільників. Стародавнім грекам були відомі 2 досконалі числа: 6 і 28. Нікомах Гераський (I-II ст.) знайшов ще два таких числа: 496 та 8128. П'яте досконале число було відкрите аж у XV ст. У наш час відомо 40 досконалих чисел.

У IX книзі Евклід наводить наступне твердження.

Парне число буде досконалим тоді і тільки тоді, коли воно має вигляд: $2^{n-1} \cdot M_n$, де M_n – просте число Мерсенна.

Отже, задача знаходження досконалих чисел зводиться до знаходження простих чисел Мерсенна.

Зараз відомо, що всі парні досконалі числа закінчуються або на 6, або на 8, проте невідомо, чи існують непарні досконалі числа. Незважаючи на це, є цілий ряд властивостей таких чисел. У зв'язку з цим Вальтер Боро відмітив, що праці, присвячені непарним досконалим числам нагадують полювання за привидами: ніхто його не бачив, проте є багато досліджень того, як він НЕ МОЖЕ виглядати.

Проблема пошуку гігантських простих чисел пов'язана з проблемою розкладу складених чисел на множники і широко використовується у нас час в криптографії для

створення надійних шифрів. Зазначимо, що до пошуку гігантських простих чисел може долучитися кожен охочий, ставши членом асоціації Great Internet Mersenne Prime Search.

Прості числа приховують цілу низку таємниць. Зокрема, і досі невідомо:

- чи буде множина чисел-близнюків скінченною;
- чи є множина простих чисел Мерсенна нескінченною;
- якщо множина простих чисел Мерсенна нескінченна, знайти функцію, асимптотично рівну функції розподілу простих чисел Мерсенна;
- чи існують прості числа Ферма при $n > 5$;
- чи буде множина простих чисел Ферма скінченною;
- чи всі неодиначні дільники чисел Ферма – прості;
- чи буде множина складених чисел Мерсена нескінченною;
- чи існують непарні досконалі числа тощо.

Розв'язання кожної з цих проблем дозволить краще зрозуміти властивості простих чисел та проникнути у їх таємниці.

Список використаних джерел

1. Бородін О.І. Теорія чисел. Вид. 3-тє, переробл. і доп./О.І. Бородін – К.: Вища школа. 1970, – 275 с.
2. Валах В.Я. Подорож у світ цілих чисел./В.Я. Валах : – К.: Ред. загальнопед. газ., 2005. – 128 с. – (Б-ка «Шк. світу»).
3. Серпинский В. Что мы знаем и чего не знаем о простых числах. Пер. с пол. А. Мельникова / В. Серпинский. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит. 1963. – 91 с.
4. Оленко А.Я. Найбільше просте число/ А.Я. Оленко // У світі математики. – 3, № 1. – 1997. – С.2-7.
5. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел: Ч.1 / Д.Я. Требенко – К.: НПУ ім.М.П. Драгоманова, 2006. – 400 с.
6. Клесов О.І., Поляковська О.В. Числа П'єра Ферма/ О.І. Клесов // У світі математики. – 15, № 2.– 2009. – С 28-37.

Анотація. Лукашова Т.Д. Прості числа та деякі пов'язані з ними проблеми теорії чисел.

Стаття присвячена огляду деяких проблем класичної теорії чисел, що пов'язані із простими числами. Зокрема, розглядається питання розподілу простих чисел у натуральному ряді та пошуку аналітичного виразу, який би генерував прості числа. Значну увагу у статті приділено огляду властивостей чисел Ферма та Мерсенна, наведено критерій Люка-Лемера перевірки чисел Мерсенна на простоту, а також вказано відомі на сьогоднішній день прості числа Мерсенна. Наприкінці розглянуто деякі властивості досконалих натуральних чисел та наведено найвідоміші із нерозв'язаних проблем теорії чисел, що пов'язані із розглянутими у статті класами чисел.

Ключові слова: теорія чисел, прості числа, розподіл простих чисел у натуральному ряді, прості числа Ферма, прості числа Мерсенна, прості числа-близнюки, досконалі числа.

Аннотация. Лукашова Т.Д. Простые числа и некоторые связанные с ними проблемы теории чисел.

Статья посвящена рассмотрению некоторых проблем классической теории чисел, которые связаны с простыми числами. В частности, рассматривается проблема распределения простых чисел в натуральном ряду и поиска аналитического выражения, которое бы генерировало простые числа. Особое внимание в статье уделено рассмотрению свойств чисел Ферма и Мерсенна, приведен критерий Люка-Лемера проверки чисел Мерсенна на простоту, а также указаны известные на сегодняшний день простые числа Мерсенна. В конце статьи рассмотрены некоторые свойства совершенных натуральных чисел и приведены наиболее известные нерешенные проблемы теории чисел, связанные с рассмотренными в статье классами чисел.

Ключевые слова: теория чисел, простые числа, распределение простых чисел в натуральном ряду, простые числа Ферма, простые числа Мерсенна.

Abstract. Lukashova T.D. Primes and some other related problems of number theory.

Article looks over some classical number theory problems connected with primes. In particular, under the consideration such problems like the problem of the distribution of primes in natural series, the problem of research the analytical expression that would generate primes. Special attention is paid for viewing the properties of Fermat and Mersenne numbers, is given the Lucas-Lehmer criterion for checking Mersenne numbers on simplicity, also are denoted the Mersenne primes, known nowadays. In the end considered some properties of perfect natural numbers and are given the most famous unresolved problems of number theory, connected with the classes of numbers reviewed in the article.

Keywords: Number Theory, Primes, the distribution of primes in natural series, Fermat primes, Mersenne primes, twin primes, perfect numbers.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Максименко Т.М., Пухно С.В. Особливості організації навчально-дослідної роботи студентів педагогічних спеціальностей ВНЗ / Тетяна Максименко, Світлана Пухно // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 2 (5). – С. 39-47.

Maksymenko T.M., Pukhno S.V. Peculiarities of organization of pedagogical specialties students' research work at higher educational institutions // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 2 (5). – P. 39-47.

УДК 378.147.88

Тетяна Максименко, Світлана Пухно

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, Україна

ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНО-ДОСЛІДНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ПЕДАГОГІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВНЗ

Постановка проблеми. Значення навчально-дослідної роботи студентів педагогічних спеціальностей ВНЗ в процесі професійного становлення майбутніх вчителів на сьогодні є актуальною проблемою щодо організації навчального процесу. Актуальними сьогодні є проблеми напрацювання навчально-методичного забезпечення процесу навчання у ВНЗ, оскільки саме від цього залежить ефективність формування фахової підготовки майбутнього викладача. Вказане вимагає активної дослідницької уваги, оскільки сучасність потребує досить високого рівня виконання спеціалістами різних галузей своїх професійних функцій.

Професійна діяльність педагога на сьогодні є однією з найбільш складних: вчитель повинен володіти досить значною та складною системою спеціального (фахового) знання, навичками активізації як системи в цілому, так і окремих її компонентів під час виконання професійних функцій з урахуванням всього варіативного діапазону рішень, прогнозування наслідків. Прогностична функція в педагогічній діяльності потребує не просто сформованої системи спеціальних знань та навичок, але й готовності особистості педагога до прийняття нестандартних рішень у складних педагогічних ситуаціях. Розробка та впровадження різних форм організації навчально-дослідної роботи студентів забезпечує перехід від теоретичного до практично-дієвого мислення фахівця.

Аналіз актуальних досліджень. Сучасні дослідження з питань професійного становлення педагогів висвітлюють широке коло актуальних питань сьогодні: проблеми мотивації професійної діяльності [1]; творчої активності фахівця в професійній діяльності [2]; професійної працездатності особистості [1]; професійної компетентності [1]; професійної самопрезентації особистості [3], тощо. Однією з розроблених на сьогодні проблем є сформованість професійної працездатності особистості, як потенційної готовності і фактичної здатності людини виконувати певний

вид діяльності на необхідному ефективному рівні впродовж певного часу [8]. Аналіз останніх досліджень виділеної проблематики дає підстави для виділення в сучасних публікаціях питання пошуку ефективних механізмів процесу переходу навчально-професійної діяльності на рівень практичної професійної діяльності фахівця. Надбання з досвіду організації навчально-дослідної роботи студентів педагогічних спеціальностей Сумського державного педагогічного університету ім. А. С. Макаренка представлені автором статті [4-7].

Мета статті полягає у представленні основних форм навчально-дослідної роботи студентів ВНЗ педагогічних спеціальностей та їх значення для професійного становлення майбутнього фахівця.

Виклад основного матеріалу. Сучасні вимоги підвищення якості підготовки фахівця вимагають удосконалення навчально-дослідної роботи студентів ВНЗ, яка включена до навчальних планів і є системою обов'язкових навчальних занять. Навчально-дослідна робота є складовою всіх видів завдань різних видів практики. Включення подібних завдань до завдань практики сприяє становленню у майбутніх педагогів дослідницьких якостей. Одним з видів навчально-дослідної роботи є курсова і дипломна роботи, що вимагають досить складної організації керівництва цією діяльністю студента та контролю зі сторони викладача. Тому, необхідним є проведення наукових семінарів студентів, організацію діяльності наукових груп та студентський гуртків. Окремим видом навчально-дослідної роботи є реферування наукової літератури, ефективність діяльності забезпечується проведенням планових консультацій викладачами кафедр. Методичне забезпечення навчально-дослідної роботи студентів передбачає складання методичних рекомендацій до різних видів завдань, що містять загальні положення щодо організації навчально-дослідної роботи.

У сучасному суспільстві значно виросли вимоги до рівня розвиненості розумових здібностей людини, стали особливо цінними її прагнення приймати на себе ініціативу у розв'язанні проблем, іноді, – за частково невизначених умов. Через це, одним з основних завдань, що постають перед сучасними ВНЗ, є розвиток інтелектуальних і творчих здібностей студентів, формування у них прагнення до активного опанування нової інформації, пошуків нестандартних алгоритмів рішення завдань. Вказане є здобутком чисельних операцій в процесі виконання самостійної навчально-дослідної діяльності, організованої, розробленої та керованої викладачами ВНЗ.

Ефективність виконання студентами подібної роботи залежить від успішності оволодіння ними у навчальному процесі професійними знаннями та вміннями. Сьогодні професійне навчання є складним за формами та змістом і підвищує вимоги до особистості студента. Сучасними дослідниками представленої проблематики, виділені труднощі в процесі виконання навчально-дослідної роботи студентами ВНЗ, серед яких: відсутність спеціальних організаційно-навчальних навичок (користування першоджерелами, бібліотечними фондами, інтернет-ресурсами, тощо); проблема недостатньої сформованої системи професійних знань, вмінь та навичок; соціально-демографічні особливості (походження, соціальне становище, статеві і вікові особливості); психологічні проблеми студентів.

Для вирішення визначених проблем, доцільними формами роботи у ВНЗ є просвітницька, консультаційна, тренінгові робота, діагностика психологічних особливостей студентів. Підготовка до майбутньої професійної діяльності студентів педагогічних спеціальностей повинна обов'язково містити систему навчально-дослідних завдань, вирішення яких виконую досить значиму функцію для майбутнього фахівця – вироблення вмінь аналізу ситуації, представлення різних варіантів її

вирішення, прогнозування наслідків. Виконання студентом дослідних завдань різного рівня складності позначається на показниках динаміки росту професійної самооцінки себе як майбутнього фахівця.

Вирішення вказаних проблем полягає у розробці викладачами ВНЗ для виконання студентами системи різнорівневих варіантів складності навчально-дослідних завдань, оскільки основним завданням вищої школи є розвиток інтелектуальних і творчих здібностей студентів, формування у них прагнення до активного опанування професії.

Серед найбільш важливих інтелектуальних якостей студентів ВНЗ, що сприяють опануванню професії, і розвиваються під час виконання навчально-дослідної роботи дослідниками виділені наступні: організованість (здатність мобілізації пізнавальної активності під час вирішення проблемної ситуації); дисциплінованість (здатність здійснювати трудомістку діяльність); цілеспрямованість та логічність побудови алгоритму діяльності; критичність мислення (виявляється у відсутності гностичних стереотипів, побудові власних – нових алгоритмів рішення проблемної задачі)[9]. Слід відмітити недостатню кількість досліджень, в яких висвітлюються педагогічні умови формування критичного мислення у студентів ВНЗ. Ця інтелектуальна здібність знаходить відображення у критичному аналізі, інтерпретації та з'ясуванні отриманої інформації, спроможності оцінювати судження та формувати вірні висновки. Студенти з розвиненим критичним мисленням прагнуть самостійно розв'язати будь-яку навчальну проблему; відстоюють власну точку зору. Студенти з нерозвиненими навичками критичного мислення приймають інформацію як факт, без самостійного аналізу; у них пригнічується прагнення інтелектуального пошуку, пропозицій, ідей, відсутня ініціативність, що не дає змоги придбати індивідуальний професійний досвід, застосовувати здобуті знання, стимулює орієнтуватися на готові зразки.

Педагогічні умови, які сприяють формуванню критичного мислення, повинні стимулювати прагнення людини вирішувати завдання проблемного рівня, будувати власні алгоритми рішення, прогнозувати наслідки. В цьому контексті, сучасною педагогічною практикою широко пропонуються такі методи навчання, що стимулюють критичність мислення, а саме: прес-конференції, «мозковий штурм», тренінги, інтенсивно-ігрові методи та інші.

Розробка завдань, так званого, «проблемного рівня», для самостійної роботи студентів та впровадження їх на практиці, має досить вагоме значення, оскільки сприяє інтелектуальному зростанню студентів. Також, активізується перехід від теоретично-професійного рівня мислення теоретика-початківця до рефлексивно-професійного мислення потенційного фахівця-практика. Під час розробки завдань для навчально-дослідної роботи студентів викладач ВНЗ повинен враховувати попередню підготовку студентів у вигляді сформованих у них необхідних знань, вмінь та навичок; індивідуально-психологічні особливості студентів; забезпечувати продуктивний розвиток професійного навчання.

Проходження студентами усіх видів виробничої практики розглядається сьогодні як один з видів самостійної роботи, спрямованої на формування у фахівця навичок активної професійної діяльності. Педагогічна практика – необхідний етап в підготовці майбутніх фахівців. Головна мета і зміст практики полягають в опануванні студентами сучасних методів і форм організації роботи вчителя-предметника, класного керівника; формуванні на базі отриманих знань, навичок і умінь, необхідних для здійснення професійної діяльності, прийняття самостійних рішень, творчого використання своїх знань у практичній діяльності.

Організація, планування й контроль навчально-дослідної роботи студентів – важливі завдання удосконалення навчально-виховного процесу. Діяльність викладача в організації самостійної роботи студентів повинна базуватися на основі індивідуально-орієнтованого підходу та передбачати оптимальне співвідношення годин аудиторної та позааудиторної роботи студентів; раціональний відбір навчального матеріалу з урахуванням його обсягу; створення позитивного емоційного середовища; поєднання групової та індивідуальної форм роботи; надання консультативної допомоги студентам, з урахуванням їх індивідуальних особливостей і рівня складності завдання.

Навчально-дослідна робота передбачає виконання студентами ВНЗ індивідуально-дослідних завдань (ІНДЗ) в межах певної дисципліни. Індивідуально-дослідне завдання є варіативною складовою виконання самостійної роботи студента під час вивчення певної дисципліни та проходження практики. Форма виконання, звіту, методичне забезпечення роботи студента над виконанням індивідуально-дослідного завдання встановлюється відповідною кафедрою. Під час роботи над індивідуально-дослідним завданням, студент повинен продемонструвати достатній рівень обізнаності з курсу дисципліни, за якою виконується завдання, останніх досягнень сучасної наукової думки. Студент повинен презентувати самостійно розроблені на основі відбору, групування та узагальнення інформації, варіанти вирішення запропонованих завдань та поставлених питань; навчитися знаходити рішення проблем, що вивчаються, спірні питання та підходи, визначати ступінь достовірності інформації, що міститься в науковій літературі, її доказовість.

Виконання індивідуально-дослідного завдання може бути включено як складова самостійної роботи на будь-якому етапі навчання майбутнього педагога, представлення результатів з компонентом прогнозування (виступ на науковій студентській конференції, участь у наукових конференціях (міжнародних, всеукраїнських, регіональних, університетських), публікація у науковому виданні, тощо). Результати індивідуально-дослідного завдання можуть бути включені до виконання завдання за темою курсової роботи або кваліфікаційних робіт, оскільки цей вид завдання студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «спеціаліст» може виконуватися і як окрема самостійна робота, і як складова подальшої наукової роботи.

Виконання студентами індивідуально-дослідного завдання є таким видом діяльності, яке поєднує навчальну та науково-дослідну роботу. Метою виконання індивідуально-дослідного завдання є поглиблення професійної компетентності студентів у сфері певної діяльності через набуття практичних навичок організації та виконання наукової роботи. Основні завдання виконання індивідуально-дослідного завдання: розвиток умінь знаходити рішення визначеної проблеми; розвиток навичок практичного застосування теоретичних знань; формування способів відбору, групування та узагальнення інформації; формування умінь самостійно проводити наукове дослідження, аналізувати і узагальнювати отримані теоретичні та практичні результати; ознайомлення з методами та методикою проведення наукового дослідження; формування навичок виконання емпіричної науково-дослідницької діяльності; набуття досвіду проведення наукового дослідження та обробки його результатів.

Самостійна робота є однією з ефективних і перспективних форм удосконалення підготовки майбутніх педагогів в сучасних умовах ВНЗ. Серед недоліків системи професійної підготовки майбутніх вчителів: відведення самостійності студентів другорядної ролі в організації навчально-виховного процесу; недостатня реалізація наступності аудиторних та позааудиторних форм навчання; несистематичність

організації самостійної роботи студентів; ігнорування окремих видів самостійної роботи студентів; відсутність належного педагогічного контролю за самостійною роботою студентів.

Сьогодення до особистості фахівця висуває вимоги більш складного рівня – сформованість комунікативних знань та навичок, - комунікативна компетентність є складовою професіоналізму. Визначені характеристики набуваються спеціально організованою працею особистості над собою.

Для вирішення подібних проблем необхідним є введення тренінгових програм у навчальний процес ВНЗ, метою яких є формування комунікативних і організаторських навичок на основі розвитку відповідних здібностей; подолання бар'єрів у процесі спілкування шляхом вироблення навичок ефективного спілкування та розвитку емпатії; розвиток особистісної мотивації у професійній діяльності через прагнення досягати власних цілей; формування конструктивних стратегій ефективної партнерської взаємодії. Тренінгова програма є формою освітньо-розвивальної діяльності, мета якої – набуття нових необхідних у діяльності та особистісному розвитку навичок.

У ВНЗ необхідно створювати реальні можливості щодо глибокої спеціалізації та професіоналізації. За рахунок розподілу системи завдань можливо увести різну підготовку фахівців за основними видами діяльності: управлінської, технологічної, дослідницької, наукової, тощо. Самостійна діяльність студентів – це єдиний процес, який складається з багатьох елементів, – завданням організації самостійної роботи студентів є збалансування всіх елементів самостійної роботи та забезпечення ефективного входження студента у професійне середовище. Традиційно педагоги вищої школи трактують сутність самостійної роботи як засіб організації та виконання студентами визначеної пізнавальної діяльності.

Серед проблематики питань підготовки майбутніх педагогів окремо постає коло питань активізації форм роботи студентів, пов'язаних з практичним застосуванням знань з циклу психологічних дисциплін [4; 5]. Відсутність зв'язку між теорією та практикою впливає не лише на погіршення особистісної мотивації, але й на професійну діяльність майбутнього вчителя. В майбутньому це може виражатися в погіршенні ефективності педагогічних взаємин з учнем, ускладненнях в процесі спілкування з колегами та батьками, зниженню професійної мотивації вчителя.

Введена автором, як викладачем психологічних дисциплін, практика виконання студентами Сумського державного педагогічного університету першого курсу самостійних навчально-дослідних завдань (ІНДЗ), їх розробку, наступний аналіз та представлення висновків для загального обговорення в ході роботи на практичних заняттях з курсу «Психологія», дає змогу для наступних висновків: відбувається оволодіння студентами практики дослідницької діяльності в галузі психології; реальне застосування теоретичних знань сприяє появі рефлексивного мислення в галузі педагогічної діяльності; розширюється діапазон знань в галузі практичної психології; відбувається формування педагогічних комунікативних навичок в процесі спілкування; виробляються стратегії подолання комунікативних бар'єрів різного рівня складності.

Теоретичні знання, здобуті майбутніми вчителями у ВНЗ є результатом аналітичного розв'язання науково-теоретичних проблем. Ці знання спрямовують педагогічну діяльність, але їх ефективне практичне використання вчителем залежить від постійного осмислення, аналізу та узагальнення власного педагогічного досвіду.

Виконання студентами курсової роботи є таким видом діяльності, який органічно поєднує навчальну та науково-дослідну роботу та передбачає самостійну діяльність студента над темою дослідження. Метою виконання курсової роботи є поглиблення

наукової компетентності студентів у певній сфері професійної діяльності через набуття практичних навичок організації та виконання наукової роботи. Як форма самостійної навчально-дослідної роботи студентів, виконання курсової роботи спрямовано на: поглиблення знань за окремими темами; розвиток активного, творчого, критичного мислення; формування вмінь та навичок дослідження; розвиток інтересу до сучасних проблем професійної діяльності.

На сьогодні ефективною формою роботи для навчально-виховної діяльності в межах ВНЗ є організація та проведення студентської науково-практичної конференції з метою представлення результатів навчально-дослідної роботи з певних навчальних дисциплін. Студентська науково-практична конференція є стимулом розвитку ефективності навчання в ході вирішення студентами різного рівня завдань, їх обговорення в інтерактивному діалоговому режимі. Подібна форма роботи дозволяє вирішувати такі завдання, як: розвиток і підтримка на високому рівні інформаційно-мотиваційних впливів на активність студентів; підвищення якості навчання; виділення шляхів технологізації процесу навчання; активізація механізмів внутрішнього розвитку і самоудосконалення суб'єктів навчання; формування та розвиток творчого мислення; формування навичок і вмінь самостійного навчання; розвиток науково-пошукової активності; формування навичок та вмінь науково-дослідної діяльності.

Підготовка та участь у науково-практичній студентській конференції сприяє самоорганізації студентів, успішності їх адаптації. У зв'язку з цим, кафедрами та факультетами ВНЗ організовується проведення студентських науково-практичних конференцій з наступними публікаціями тез доповідей у відповідних збірках студентських конференцій. Вказана робота спрямована на розвиток комунікативних та організаційних вмінь студентів, формування навичок ораторського мистецтва, розвитку та формуванню вмінь наукового стилю викладу положень доповіді, представлення та оформлення повідомлення.

Висновки. Формування майбутнього фахівця постає досить складним процесом, ефективність реалізації якого вимірюється виключно часом і залежить від внутрішньої динаміки формування та розвитку особистісних та особистісно-професійних якостей людини, включеної у відповідну до отриманої нею освіти професійну діяльність. Саме відповідність та ефективність методів, засобів, форм вироблення та закріплення спеціальних знань, вмінь і навичок, залучених під час навчального процесу у вищій школі, перевіряється виключно процесом входження молодого спеціаліста в систему відповідної отриманому останнім фаху професійної діяльності. Тому, вирішення студентом в процесі навчання складних навчально-дослідних завдань під час вивчення відповідних фаху дисциплін, а також розв'язання психолого-педагогічних задач, яке він реалізує під час проходження професійної педагогічної практики, сприяє формуванню та виробленню навичок ефективного вирішення складних завдань під час подальшої професійної діяльності, і сприяє активному формуванню професійних якостей особистості. Підготовка майбутнього педагога до професійної діяльності у ВНЗ, ґрунтується на розумінні сутності та змістовності вчительської професії як складної системи всіх складових навчально-виховної роботи ВНЗ, особистісної професійно-педагогічній діяльності і професійної самореалізації вчителя. Поступова трансформація мотивів професійного вдосконалення через професійно-педагогічне зростання майбутнього вчителя, є сенсовими орієнтирами побудови педагогічного процесу у ВНЗ. Формування професіоналізму майбутнього вчителя передбачає позитивне ставлення до обраної професії через рефлексивне осмислення власного педагогічного досвіду, накопичення нових ціннісних, когнітивних та загальнопрофесійних новоутворень в

психологічно-комфортних для потенційного фахівця умовах навчання у ВНЗ, що забезпечують зростання рівня підготовленості до виконання професійних функцій, професійної мотивації. До психолого-педагогічних умов підготовки вчителя відносяться: відтворення операційних особливостей діяльності в процесі засвоєння циклу дисциплін професійної й практичної підготовки; стимулювання зростання майбутнього педагога в процесі педагогічного вдосконалення, самостійної науково-дослідної роботи, під час проходження педагогічної практики. Викладання лекційних курсів і проведення практичних занять з використанням проблемного методу, тренінгових форм роботи, стимулює утвердження особистісних ціннісно-мотиваційних установок щодо значення діяльності вчителя, сприяє професійному та особистісному розвитку майбутнього фахівця. Самостійна робота є однією з ефективних і перспективних форм удосконалення підготовки майбутніх педагогів в сучасних умовах ВНЗ, яка створює креативні умови, надаючи можливість студентам визначати траєкторію оволодіння професією. Ефективним методом формування професійної підготовки у ВНЗ є підготовка і участь у науково-практичних конференціях.

Список використаних джерел

1. Кокун О. М. Психологічні і психофізичні передумови ефективної діяльності / О. М. Кокун // Проблеми загальної та педагогічної психології : Зб. наук. праць Інституту психології ім. Г. С. Костюка АПН України [за ред. С. Д. Максименка]. – 2003. – Т.5. – Ч.2. – С. 121–129.
2. Малик С. Д. Розвиток уявлень про психічну активність та специфіку її детермінації у людини / С. Д. Малик // Проблеми загальної та педагогічної психології : Зб. наук. праць Інституту психології ім. Г. С. Костюка АПН України [за ред. С. Д. Максименка]. – Т.4. – Ч.1. – С. 144–152.
3. Пастушенко О. М. Самопрезентація особистості як соціально-психологічна проблема / О. М. Пастушенко // Проблеми загальної та педагогічної психології : Зб. наук. праць Інституту психології ім. Г. С. Костюка АПН України [за ред. С. Д. Максименка]. – 2003. – Т.5. – Ч.2. – С. 179–182.
4. Пухно С. В. Особливості організації курсу «Психологія» для підготовки бакалаврів за напрямком 0701 «Фізика» в умовах кредитно-модульної системи / С. В. Пухно // Освітні інновації: філософія, психологія, педагогіка: матеріали Всеукр. науково-практичної конф. (Суми, 18–19 квітня 2007 р.) – Сумський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти. – Суми : ВТД «Університетська книга», 2007. – С. 59–60.
5. Пухно С. В. Особливості формування професійного самовизначення майбутніх фахівців / С. В. Пухно // Тези науково-технічної конференції викладачів, співробітників, аспірантів і студентів фізико-технічного факультету, присвяченої Дню науки в Україні та 60-ти річчю Сумського державного університету (21-24 квітня). – Том I. – Суми : СумДУ, 2008. – С. 137–138.
6. Пухно С. В. Особливості професійного самовизначення студентства / С. В. Пухно // Освітні інновації: філософія, психологія, педагогіка : матеріали Всеукр. науково-практичної конф. (Суми, 16–17 квітня 2008 р.) – Сумський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти. – Суми : ВТД «Університетська книга», 2008. – С. 262–263.
7. Пухно С. В. Психологічні аспекти мотивації майбутніх викладачів фізико-математичних дисциплін / С. В. Пухно // Актуальні питання природничо-

- математичної освіти : Зб. наукових праць. – Випуск 4. – Суми : СумДПУ ім.А.С.Макаренка, 2014. – С. 127–132.
8. Семиченко А. В. Психические состояния: Модульный курс для преподавателей и студентов / А. В. Семиченко – К. : Свічадо, 1998. – 207 с.
9. Щербан Т. Д. Особливості професійного мислення педагога / Т. Д. Щербан // Проблеми загальної та педагогічної психології : Зб. наук. праць Інституту психології ім. Г. С. Костюка АПН України [за ред. С. Д. Максименка]. – 2003. – Т.5. – Ч.2. – С. 316–321.

Анотація. Максименко Т.М., Пухно С.В. Особливості організації навчально-дослідної роботи студентів педагогічних спеціальностей ВНЗ.

В статті представлені основні форми навчально-дослідної роботи студентів ВНЗ педагогічних спеціальностей та їх значення для професійного становлення майбутнього фахівця. Навчально-дослідна робота студентів ВНЗ включена до навчальних планів і є системою обов'язкових навчальних занять, всіх видів завдань різних видів практики. Різновидами навчально-дослідної роботи є індивідуально-дослідні завдання, курсова і дипломна роботи, що вимагають досить складної організації керівництва цією діяльністю студента. Методичне забезпечення навчально-дослідної роботи студентів передбачає складання методичних рекомендацій до різних видів завдань, що містять загальні положення щодо організації цієї роботи. Вирішення студентом в процесі навчання та під час проходження практики складних навчально-дослідних завдань, сприяє формуванню та виробленню навичок ефективного вирішення завдань професійної діяльності і сприяє активному формуванню професійних якостей особистості.

Ключові слова: навчально-дослідна робота студентів, професійна мотивація, професійне мислення, професійна спрямованість, професійні якості особистості.

Аннотация. Максименко Т.М., Пухно С.В. Особенности организации учебно-исследовательской работы студентов педагогических специальностей ВНЗ.

В статье представлены основные формы учебно-исследовательской работы студентов ВНЗ педагогических специальностей и их значимости для профессионального становления будущих специалистов. Учебно-исследовательская работа студентов ВНЗ включена в учебные планы и является системой обязательных учебных занятий, всех видов заданий разных видов практики. К учебно-исследовательской работе относятся индивидуально-исследовательские задания, курсовая и дипломная работы, которые требуют достаточно сложной организации руководства этой деятельностью студента. Методическое обеспечение учебно-исследовательской работы студентов предполагает разработку методических рекомендаций к выполнению разных видов заданий, которые содержат общие положения организации этой работы. Решение студентом в процессе обучения и во время прохождения практики сложных учебно-исследовательских заданий, влияет на формирование и выработку навыков эффективного решения задач профессиональной деятельности и активного формирования профессиональных качеств личности.

Ключевые слова: учебно-исследовательская работа студентов, профессиональная мотивация, профессиональное мышление, профессиональная направленность, профессиональные качества личности.

Annotation. T.M. Maksymenko, S.V. Pukhno. Peculiarities of organization of pedagogical specialties students' research work at higher educational institutions.

The main forms of pedagogical specialties students' educational-research work and their implications for professional formation of the future specialist are presented in the article. Students' educational-research work at higher educational institution is included to the curriculum and mandatory training sessions, different practices. Varieties of educational-research work are the individual research tasks, course and degree work, requiring a complex of organization of student's leadership. Methodological support of students' educational-research work involves the drafting of recommendations to different types of missions containing basic notions on the organization of this work. The student's decision in the learning process and a complex of educational research problems during the practice, promotes the formation and development of skills of effective solving of professional activity problems and contributes to the active formation of person's professional qualities.

Keywords: students' educational-research work, professional motivation, professional thinking, professional orientation, personality's professional qualities

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Петренко С.І. Про модель формування ІКТ-компетентності майбутнього учителя математики / Сергій Петренко // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 2 (5). – С. 49-57.

Petrenko S. The model of forming the ICT competence of a future teacher of mathematics // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 2 (5). – P. 49-57.

УДК 378.14:004:331

Сергій Петренко

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, Україна

ПРО МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ІКТ-КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНЬОГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

В сучасному потоці і темпі надходження інформації неможливо окреслити коло знань, умінь і навичок, яких вистачить майбутньому спеціалісту на весь час трудової діяльності. Тому на одне з перших місць виходять навички, уміння та досвід шукати, відбирати та аналізувати інформацію, використовуючи для цього сучасні інформаційно-комунікаційні технології.

Перераховані якості відносять до складових ІКТ-компетентності. В нашій статті під ІКТ-компетентністю будемо розуміти здібність свідомо використовувати інформаційні і комунікаційні технології і ресурси для здійснення інформаційної діяльності (пошук інформації, її аналіз і систематизація, представлення в зрозумілому для усіх споживачів вигляді, а також її створення і поширення у доступній індивіду формі) для вирішення всіх поставлених завдань у вибраній професійній сфері діяльності, маючи постійну свідому необхідність отримувати нові знання, новий досвід і удосконалювати практичні уміння і навички [8].

Як ми бачимо життя ставить перед вищою школою досить складні завдання: знання, уміння, навички і досвід повинні використовуватися з метою розв'язання теперішніх проблем і уміння навчатися для розв'язання майбутніх проблемних ситуацій. Майбутній учитель математики в своїй практичній і повсякденній діяльності може зіткнутися з проблемами які ніколи не вирішували ті хто його навчає зараз. Тому ІКТ-компетентність, як складова загальнопедагогічної компетентності займає важливе місце.

Узагальнюючи рекомендації ЮНЕСКО і думки провідних дослідників можна зробити висновок, що ІКТ-компетентність учителя математики – це інтегративна якість особистості, яка дозволяє, використовуючи засоби ІКТ, ефективно здійснювати навчальну діяльність учителя математики, виконувати виховну роботу, і вирішувати побутові задачі. ІКТ-компетентний педагог ефективно застосовує комп'ютерну техніку в

освітньому процесі і активно використовує її для постійного підвищення свого професійного рівня.

Аналіз законодавчої бази України, науково-методичної літератури, наукових праць вчених та інформаційних ресурсів мережі Інтернет дозволяє зробити висновок, що модель формування ІКТ-компетентності майбутнього учителя математики функціонує в умовах активного впливу зовнішнього середовища. Це дозволяє сформулювати мету та завдання на основі соціального замовлення, які відображаються в Законі України «Про вищу освіту» [6], і сформулювати змістову, операційну та діагностичну складові моделі, реалізація яких дозволить активно пливати на результат її впровадження.

Розглядаючи процес формування ІКТ-компетентності майбутнього учителя математики як складову загальної педагогічної компетентності не можна не відзначити, що при всій орієнтації і направленості на реалізацію самодостатньої особистості в основних своїх рисах є необхідність виділити загальні тенденції, які можна представити в вигляді цілісної моделі формування ІКТ-компетентності (рис. 1).

Модель формування ІКТ-компетентності є системою дидактичних цілей, які ґрунтуються на соціальному замовленні, основні положення якого передбачені Законом України «Про вищу освіту» [6], освітньо-кваліфікаційною характеристикою [1] та освітньо-професійною програмою [2] галузевими стандартами вищої освіти з підготовки бакалаврів за напрямом 6.040201 «Математика». На реалізацію завдань, що впливають з цільового блоку направлені усі складові моделі формування ІКТ-компетентності майбутнього вчителя математики.

Теоретико-методична основа процесу, ґрунтується на загальнонаукових (когнітивному, системно-діяльнісному та технологічному), спеціально-наукових (компетентнісному, особистісно-орієнтованому, структурному, моделювання) підходах.

В моделі нами були враховані взаємозв'язки між різними її складовими, що базувались на принципах науковості, системності та послідовності, доступності навчання, а також зв'язку навчання з реальним життям і свідомої активності у навчанні, наочності, міцності знань, вмінь, навичок, індивідуального підходу і емоційності навчання. Основні принципи навчання визначають змістову складову процесу формування ІКТ-компетентності майбутнього вчителя математики.

Зазначені підходи і принципи визначили джерела змісту освіти і використання методів навчання на засадах переваги практичних і проблемно-пошукових над репродуктивними.

Змістовний компонент моделі складається із джерел змісту освіти, суспільних норм і цінностей та здобутого практичного досвіду діяльності. Джерела змісту освіти повинні передбачати соціально-економічні зміни, науково-технічний прогрес, концепцію розвитку освіти та напрями становлення, формування і розвитку особистості. Це в свою чергу утворює ієрархію освітніх цінностей, спрямованість навчальної, методичної і науково-пізнавальної діяльності студентів та викладачів як цілісний процес опанування професійної культури, логіку педагогічної взаємодії, технології навчання і розвитку особистості.

На процес формування компетентності в області ІКТ під час навчання в педагогічному університеті впливає вивчення всіх дисциплін від філософії, психології, педагогіки до вузько спеціальних. Частина дисциплін задіяна в цьому процесі опосередковано, а частина спрямовано. І цей процес має свої етапи і закономірності.

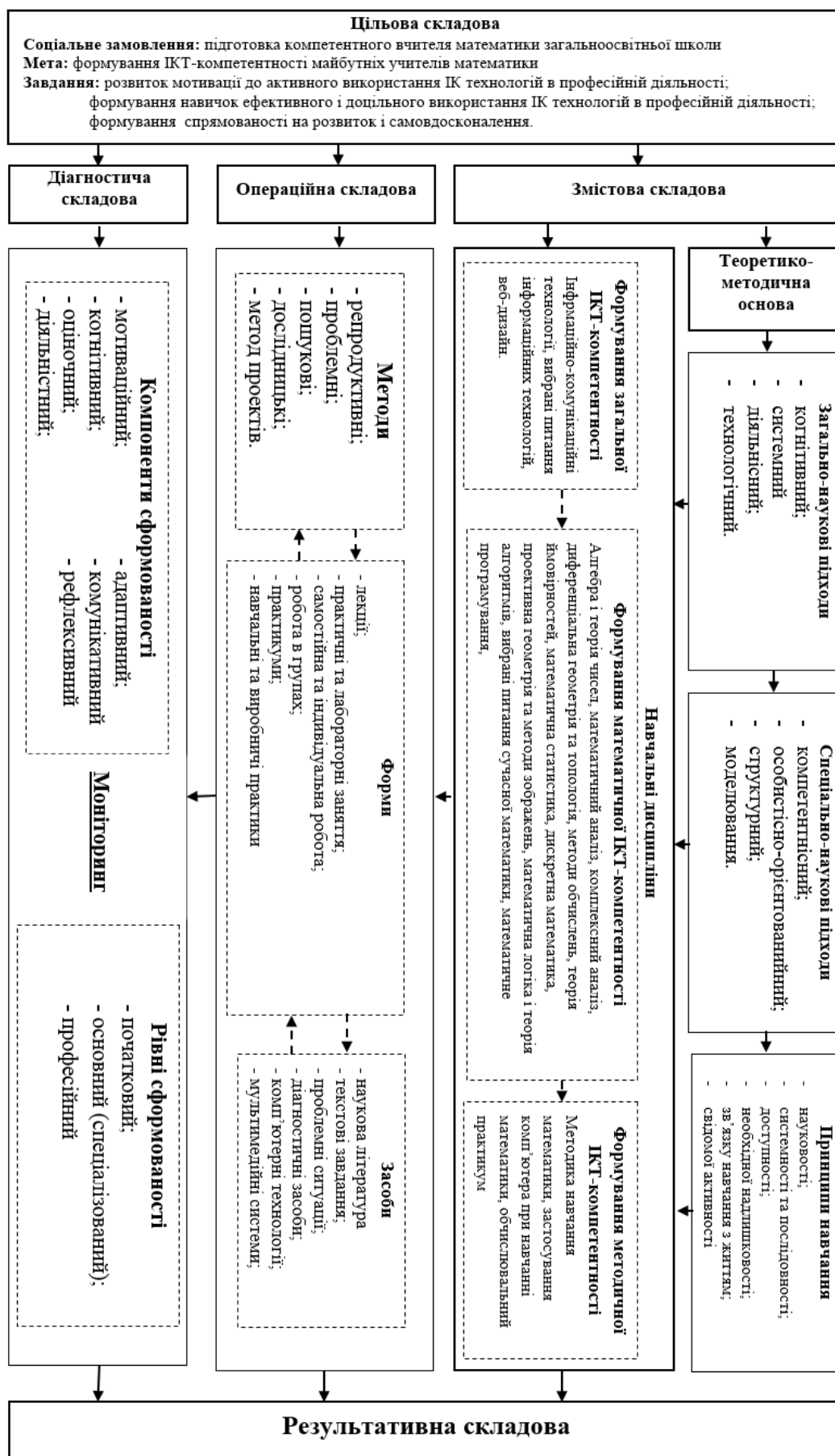


Рис.1. Модель формування ІКТ-компетентності майбутнього учителя математики

Процес систематичного формування ІКТ-компетентності розпочинається з вивчення інформаційно-комунікаційних технологій на перших курсах навчання. В ході вивчення виробляються навички і досвід застосування комп'ютерних технологій і мережевих ресурсів для навчання. Цей етап характеризується завершенням формування загальної ІКТ-компетентності з застосування прикладного програмного забезпечення (ППЗ) загального призначення по обробці текстових фрагментів, використанню презентативної графіки, пошуку і систематизації інформації, роботі в соціальних мережах і інших мережевих ресурсах який розпочато було в школі. Цей рівень ІКТ-компетентності дозволяє майбутньому учителю використовувати здобуті знання, уміння, навички і досвід для успішного застосування інформаційно-комунікаційних технологій в процесі подальшого навчання для засвоєння теоретичних і практичних знань, що відповідає I рівню навчальної діяльності згідно класифікації Стандартів ЮНЕСКО для учителів [7].

Наступний етап проходить в процесі вивчення дисциплін математичного циклу (алгебра і теорія чисел, математичний, комплексний аналіз, диференціальна геометрія та топологія, методи обчислень, теорія ймовірностей, математична статистика, дискретна математика, проєктивна геометрія та методи зображень, математична логіка і теорія алгоритмів, вибрані питання сучасної математики і математичне програмування), які належать як до класичних так і до спеціалізованих математичних курсів і можуть викладатися із застосуванням спеціалізованого прикладного програмного забезпечення.

Засвоєння математичних дисциплін готує теоретичну і практичну основи застосування спеціалізованих програмних засобів для вирішення математичних завдань і проблем, не витрачаючи начального часу на громіздкі, непродуктивні операції.

Використання сучасних інформаційно-комунікаційних та спеціалізованих математичних засобів не тільки значно полегшує вирішення освітніх задач з вивчення математики, а і закладає основу формування компетентності майбутнього учителя математики із застосування спеціалізованих програмних продуктів. Ці засоби допомагають інтенсифікувати процес формування знань і здобуття досвіду, необхідних для обґрунтованого пояснення причинно-наслідкових зв'язків досліджуваних закономірностей і застосовувати закони математики в практичному аспекті реального життя. Використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій в навчальному процесі розкриває більш широкі можливості надання навчальній діяльності творчого, дослідницького характеру і сприяє самовираженню і реалізації студента як особистості і майбутнього професіонала.

Майбутній учитель математики не може відбутися без сформованої компетентності в області ІКТ, невід'ємною складовою якої є вільне володіння програмними засобами математичного спрямування. Здобуті на другому етапі компетентності відповідають II рівню навчальної діяльності за класифікацією Стандартів ЮНЕСКО для учителів [7].

Третій етап формування ІКТ-компетентності характеризується формуванням навиків і досвіду застосування інформаційних технологій в майбутній педагогічній діяльності і гармонійно привносити їх в методичні системи навчання шкільного курсу математики

Ми частково підтримуємо думки провідних українських науковців М. Жалдака [4, 3, 5], Ю. Рамського [5], С.Ракова [10], які вважають, що майбутніх учителів математики до використання програмних засобів математичного спрямування в їхній

професійній діяльності повинні готувати в першу чергу на заняттях з методики навчання математики, але разом з кафедрами педагогічних університетів, де вивчаються предмети математичного і комп'ютерного циклів. Відповідно третій етап формування ІКТ-компетентності майбутнього вчителя математики проходить в процесі опанування методики навчання математики і дисциплін, що інтегрують методику навчання математики і застосування комп'ютерних технологій та інформаційних ресурсів.

Зазначений етап має за мету систематизувати досвід майбутніх учителів математики із застосування спеціалізованих математичних програмних засобів під час вивчення шкільного курсу математики. Іншим напрямом роботи на завершальному етапі є підготовка майбутнього фахівця до інших аспектів освітньої роботи: діагностики знань учнів, організації дистанційного навчання, ведення документації вчителя і інше. Для цих цілей важливого значення набувають проблеми інтеграції навчальних предметів математичного циклу, методики навчання математики, інформатики та інших. Певною мірою вирішення проблеми такої інтеграції може бути закладено в курсі «Застосування комп'ютера при навчанні математики», який повинен вирішити поставлені задачі і підготувати майбутнього вчителя математики до професійної роботи в області цілеспрямованого застосування ІКТ в майбутній освітній і виховній роботі.

Необхідно звернути увагу на опанування методики навчання математики з використанням дистанційних технологій навчання з використанням сучасних комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математики. Створення і запровадження навчально-методичного комплексу дисципліни, яка інтегрує в собі методику навчання математики з використанням інформаційно-комунікаційних технологій і спеціалізованих програмних засобів на основі Рекомендацій ЮНЕСКО і наукових досліджень є найбільш виваженою, доцільною, перспективною та прогресивною ідеєю. Ці заходи забезпечують можливість не тільки отримати знання, уміння, навички і досвід роботи з програмними засобами математичного спрямування (а це і системи комп'ютерної математики, і програми динамічної математики), системами діагностики та дистанційного навчання, а й продукуванню нових ідей, що відповідає III рівню навчальної діяльності згідно Стандартів ЮНЕСКО для учителів та допоможе професійній самореалізації майбутнього вчителя математики [7].

Компоненти змістової складової активно впливають на операційну складову моделі формування ІКТ-компетентності майбутнього вчителя математики. Кожен із аспектів змістової складової використовує весь доступний арсенал методів, форм і засобів, що є компонентами операційної складової, і опосередковано, через операційну складову, взаємодіють з елементами діагностичної складової. Форми навчальних занять забезпечують активну взаємодію викладача і студента на основі як традиційних, так і інноваційних методів навчання.

Методи навчання дозволяють ефективно організувати всі етапи формування ІКТ-компетентності майбутнього вчителя математики, стадії навчальних занять, фази стадій навчальних занять. Керування освітнім процесом здійснюється за допомогою доцільно підібраних методів, засобів і форм педагогічної взаємодії суб'єктів освітньої діяльності.

Репродуктивні методи сприяють збагаченню студентів фактичними знаннями і вміннями здійснювати основні розумові операції. Іншими словами ці методи використовуються для формування в учнів уміння, навички і досвід застосовувати теоретичні знання, які конче необхідні для розвитку творчих здібностей, продуктивною мислення, пізнавальної активності й самореалізації студентів.

Проблені методи дозволяють більш наочно продемонструвати процес пізнання і активно використовувати в цьому процесі всіх суб'єктів освітньої діяльності. Такі метод доцільно використовувати при формуванні нових понять.

Пошукові методи направлені на напрацювання умінь, навичок і досвіду орієнтуватися у величезній масі доступної інформації, аналізувати її, добувати з неї корисні знання.

Дослідницькі методи використовується з метою напрацювання умінь, навичок і досвіду постановки проблем і самостійної їх реалізації. Використання дослідницьких методів забезпечує студентів усвідомленими знаннями і формує в них досвід творчої, самостійної дослідницької діяльності.

Діагностичний компонент моделі забезпечує контроль та оцінку проміжних і кінцевих результатів у вирішенні освітніх, розвивальних і виховних завдань: сформованості знань, вмінь, навичок, досвіду, світоглядної спрямованості особистості, її професійної мобільності та самодостатності.

Шляхом введення у концептуальну модель цього компонента забезпечуємо перевірку ступеня готовності майбутніх учителів математики до педагогічної діяльності на визначених нами рівнях, за окресленими в дослідженні критеріями та показниками.

Таким чином, діагностичний компонент моделі дає змогу оцінити результати впровадження концептуальної моделі формування ІКТ-компетентності майбутніх учителів математики за кількісними та якісними показниками і передбачає забезпечення зворотного зв'язку.

Процес формування ІКТ-компетентності майбутнього учителя математики складний і багатовимірний. Кожен із етапів формування компетентності в області ІКТ передбачає засвоєння певного рівня знань, сформованості умінь і навичок та здобуття досвіду роботи з комп'ютерними технологіями, програмними і мережевими ресурсами за умови впровадження комп'ютерно-орієнтованих форм організації освітнього процесу, традиційних та інноваційних методів і засобів навчання. Кожен із трьох рівнів характеризується певним ступенем сформованості семи складових компонентів: мотиваційного, адаптивного, когнітивного, комунікативного, оціночного, рефлексивного і діяльнісного [8].

Система ІКТ-компетентностей розвивається від одного рівня до іншого, при цьому її стан потрібно діагностувати, виходячи з відповідної структури і критеріїв визначення сформованості її компонентів на різних етапах [9], при цьому визначення показників сформованості ІКТ-компетентності та розробка методики їх вимірювання залишається актуальною проблемою, яка потребує свого вирішення.

Список використаних джерел

1. Галузеві стандарти вищої освіти. Освітньо-кваліфікаційна характеристика бакалавра зі спеціальності 6.010100 Педагогіка і методика середньої освіти. Математика напряму підготовки 0101 Педагогічна освіта. – Видання офіційне. Міністерство освіти і науки України. – Київ – 2003р. – 64 с.
2. Галузеві стандарти вищої освіти. Освітньо-професійна програма бакалавра зі спеціальності 6.010100 Педагогіка і методика середньої освіти. Математика напряму підготовки 0101 Педагогічна освіта.- Видання офіційне. Міністерство освіти і науки України – Київ – 2003р – 84 с.
3. Жалдак М.І. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання – становлення і розвиток // М.І.Жалдак / Науковий часопис Національного педагогічного університету імені

- М.П. Драгоманова. Серія 2: комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова., 2010. – №9(16) – С. 3-9.
4. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: збірник наукових праць. — Випуск 7. — К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. — 2003. — С. 3–16.
5. Жалдак М.І. Рамський Ю.С. Шкільний інформатиці – 25! / М.І.Жалдак, Ю.С.Рамський // Науковий часопис національного педагогічного університету ім. М.П.Драгоманова. Серія 2: Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Випуск 8(15). 2010. – С. 3-17.
6. Закон України Про вищу освіту [Електронний ресурс] – режим доступу <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/1556-18>
7. Петренко С.І. До питання про роль ІКТ-компетентності в педагогічній практиці сучасного вчителя. / С.І. Петренко // Вісник Луганського національного університету ім. Тараса Шевченка (педагогічні науки) №20(279). – жовтень 2013 – С. 90-95.
8. Петренко С.І. Формирование ИКТ-компетентности как целостный процесс / С.И.Петренко // Вестник ТулГУ.Серия Современные образовательные технологии в преподавании естественно научных дисциплин. Вып. 12. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. – С. 193-197.
9. Петренко С.І. Этапы формирования ИКТ-компетентности будущих учителей математики / С.И.Петренко // Материалы XXVI Международной конференции Применение инновационных технологий в образовании 24 – 25 июня 2015 г. ИТО – Троицк – Москва – С. 472-474.
10. Раков С.А. Проблеми інформатизації освіти в Україні / С.А.Раков // Комп'ютер в школі і сім'ї 2010. №2. – С. 34-35.
11. Петренко С.І. Формирование ИКТ – компетентность как целостный процесс \ Тульский государственный университет / С.И. Петренко // Вестник ТулГУ. Серия Современные образовательные технологии в преподавании естественнонаучных дисциплин. Вып. 12. – Тула: Изд-во ТулГУ. 2013. – С. 193-197.

Анотація. Петренко С.І. Про модель формування ІКТ-компетентності майбутнього учителя математики.

У статті аналізуються теоретичні і практичні аспекти підготовки майбутніх учителів математики. Проводиться аналіз загальних тенденцій, які спрямовані на реалізацію процесу формування ІКТ-компетентності майбутнього учителя математики, як суттєвої складової загальної педагогічної компетентності сучасного спеціаліста. Запропонована модель формування ІКТ-компетентності ґрунтується на соціальному замовленні, яке визначає цільовий блок, на основі якого визначаються всі складові (змістова, операційна, діагностична) моделі формування ІКТ-компетентності майбутнього вчителя математики.

Розглядаючи структурні компоненти моделі формування ІКТ-компетентності майбутнього учителя математики особлива увага приділяється висвітленню теоретико-методичної основи процесу, що ґрунтується на загальнонаукових (когнітивному, системно-діяльнісному, термінологічному та технологічному), спеціально-наукових (компетентнісному, особистісно-орієнтованому, структурному, моделювання) підходах та на принципах навчання (науковості, системності та послідовності, доступності навчання, зв'язку навчання з реальним життям, свідомої активності у навчанні, наочності, міцності знань, вмінь, навичок, індивідуального підходу і емоційності навчання).

Теоретико-методична основа визначає зміст навчання у процесі формування ІКТ-компетентності майбутнього вчителя математики. Зміст навчання опосередковано впливає на компоненти операційної складової (методи, форми, засоби).

Введення у модель діагностичного компоненту забезпечує зворотний зв'язок (контроль та оцінку проміжних і кінцевих результатів) у вирішенні освітніх, розвивальних і виховних завдань: сформованості знань, вмінь, навичок, досвіду, світоглядної спрямованості особистості, її професійної мобільності та самодостатності, що складають результат.

Ключові слова: ІКТ-компетентність, модель, формування ІКТ-компетентності, модель формування.

Аннотация. Петренко С.И. О модели формирования ИКТ-компетентности будущего учителя математики.

В статье анализируются теоретические и практические аспекты подготовки будущих учителей математики. Проводится анализ общих тенденций, которые направлены на реализацию процесса формирования ИКТ-компетентности будущего учителя математики, как существенной составляющей общей педагогической компетентности современного специалиста. Предложена модель формирования ИКТ-компетентности основывается на социальном заказе, который определяет целевой блок, на основе которого определяются все составляющие (содержательная, операционная, диагностическая) модели формирования ИКТ-компетентности будущего учителя математики.

Рассматривая структурные компоненты модели формирования ИКТ-компетентности будущего учителя математики особое внимание уделяется освещению теоретико-методической основы процесса, который основывается на общенаучных (когнитивном, системно-деятельностном, терминологическом и технологическом), специально-научных (компетентностному, личностно-ориентированном, структурном, моделирование) подходах и на принципах обучения (научности, системности и последовательности, доступности обучения, связи обучения с реальной жизнью, сознательной активности в обучении, наглядности, прочности знаний, умений, навыков, индивидуального подхода и эмоциональности обучения).

Теоретико-методическая основа определяет содержание обучения в процессе формирования ИКТ-компетентности будущего учителя математики. Содержание обучения опосредованно влияет на компоненты операционной составляющей (методы, формы, средства).

Введение в модель диагностического компонента обеспечивает обратную связь (контроль и оценку промежуточных и конечных результатов) в решении образовательных, развивающих и воспитательных задач: сформированности знаний, умений, навыков, опыта, мировоззренческой направленности личности, ее профессиональной мобильности и самодостаточности, которые и составляют результат.

Ключевые слова: ИКТ-компетентность, модель формирования ИКТ-компетентности,

Abstract. Petrenko S. The model of forming the ICT competence of a future teacher of mathematics.

The article focuses on the analysis of theoretical and practical aspects of training future teachers of mathematics. The analysis of general trends aimed at the implementation of the process of forming the ICT competence of a future teacher of mathematics as an essential component of the overall teaching competence of the proficient specialist. The proposed model of forming the ICT competence is based on social order that determines a target block on which all components (content, operational, diagnostic) of a model of forming the ICT competence of a future teacher of mathematics are determined.

Considering the structural components of the model of forming the ICT competence of a future teacher of mathematics, much attention is paid to theoretical and methodological basics of the process, grounded on general (cognitive, systemic, terminological and technological) special scientific (competence, personality-oriented, structured, modeling) approaches and principles of teaching (systematicity and consistency, availability of study, connection of study with real life, conscious activity in education, visualization, profound knowledge, abilities, skills, individual approach and emotional learning).

Theoretical and methodological basics determine the content of education in shaping the ICT competence of a future teacher of mathematics. The curriculum indirectly affects the components of the operating issues (methods, forms, means).

Introduction of diagnostic component to the model provides feedback (monitoring and assessment of intermediate and final results) to solve educational and developmental problems: formation of knowledge, abilities, skills, experience, ideological orientation of a personality, his/her professional mobility and self-sufficiency that make up the result.

Keywords: the ICT competence, model, the formation of the ICT competence, model of formation.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
 Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
 ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
 Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Погребний В.Д. Про обмеженість множин: різні аспекти / Валерій Погребний // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 2 (5). – С. 58-64.

Pogrebnoy V. About Limitation Of Sets: Various Aspects // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 2 (5). – P. 58-64.

УДК 517.6

Валерій Погребний

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна

ПРО ОБМЕЖЕНІСТЬ МНОЖИН: РІЗНІ АСПЕКТИ

Метою даної статті є розгляд різних аспектів важливого математичного поняття – обмеженості множин. Це поняття дійсно має різні аспекти, що відображають у різних ситуаціях різні властивості множин, що розглядаються у математиці. Першоджерелом поняття обмеженості, звичайно, є геометрія, тут маємо наглядний аспект цього поняття. Але строге формулювання вже повинно використовувати строги математичні поняття і факти. Отже:

1. Множина A на прямій обмежена, якщо вона входить в деякий скінчений проміжок: $A \subset \langle a, b \rangle, a, b \in \mathbb{R}, a < b$.

2. Множина A на площині обмежена, якщо входить в деякий круг: $A \subset \omega_2(0, r)$ (круг можна брати відкритим чи замкненим).

3. Множина A у просторі обмежена, якщо входить у деяку кулю: $A \subset K(0, r)$ (цю кулю теж можна брати відкритою чи замкненою).

Математика вимагає переходу до більш загальних просторів, які є моделями більш складних реальних процесів. Аналіз вищенаведених геометричних аспектів обмеженості показує, що основою всюди є відстань між точками:

1. На прямій, відстань між точками $M(x)$ та $P(y)$ є число $\rho(M, P) = |x - y|$.

2. На площині: $M(x_1, y_1), P(x_2, y_2), \rho(M, P) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.

3. У просторі: $M(x_1, y_1, z_1), P(x_2, y_2, z_2),$

$$\rho(M, P) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}.$$

Природнім узагальненням є розгляд n -вимірного евклідового простору $E^n, n \geq 1$, що є узагальненням прямої, площини, геометричного тривимірного простору. Узагальненням геометричної відстані є метрика

$$\rho(M, P) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}, \text{ де } M(x_1, y_1, \dots, y_n), P(x_2, y_2, \dots, y_n).$$

Обмеженість множини означає, що $A \subset K(O, r)$, де $O(0, 0, \dots, 0)$, $r > 0$, куля визначається умовою $K(O, r) = \{M \in E^n : \rho(M, O) \leq r\}$.

Можливість дальшого узагальнення достатньо прозора: розглядати ті множини, де можна ввести «відстань» - метрику іншим, неевклідовим способом. Звичайно, ця метрика повинна задовольняти деякі умови – аксіоми метрики, джерела яких, знову таки в геометрії:

M1. Невід'ємність. $\forall M, P [\rho(M, P) \geq 0]$.

M2. Віддільність. $\rho(M, P) = 0 \Leftrightarrow M = P$.

M3. Симетричність. $\forall M, P [\rho(P, M) = \rho(M, P)]$.

M4. Нерівність трикутника. $\forall M, P, T [\rho(M, T) \leq \rho(M, P) + \rho(P, T)]$.

Це дає можливість у одержаній структурі (X, ρ) , яка має назву метричного простору, розглядати кулі і обмеженість множин, хоча наглядності, як у геометрії, вже немає. Наприклад, у метричному просторі $C_L[a, b]$ функцій неперервних на $[a, b]$ з

метрикою $\rho(f, g) = (R) \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ можна розглядати обмежені множини функцій.

Модуль дійсного числа, через який розглядається відстань на прямій має, крім метричного аспекту $|x| = \rho(O, M)$, $M = M(x)$ і інший аспект – порядковий. В упорядкованих просторах розглядаються обмежені множини [4, с. 20]. Обмеженість множини $A \subset X$ в упорядкованому просторі X має інший смисл: A обмежена і зверху, і знизу. Тобто $\exists a \in X, \exists b \in X : a \leq x \leq b \quad \forall x \in A$. Теорія упорядкованих просторів являє собою велику і важливу математичну науку. Про цей аспект упорядкованості далі говорити не будемо, це окреме велике питання. Повернемось до метричного аспекту упорядкованості.

Поряд з порядковими структурами, головною математичною структурою є алгебраїчна, а також топологічна. Поєднанням метричної і топологічної структур є метричний лінійний простір [4, с. 22], в якому алгебраїчна і метрична структури узгоджені за допомогою аксіом, алгебраїчні операції додавання і множення на число неперервні в даній метриці:

1. $x_n \rightarrow x_0, y_n \rightarrow y_0 \Rightarrow x_n + y_n \rightarrow x_0 + y_0$

2. $\lambda_n \rightarrow \lambda_0, x_n \rightarrow x_0 \Rightarrow \lambda_n x_n \rightarrow \lambda_0 x_0$.

Прикладом метричного лінійного простору є простір S послідовностей $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ з метрикою $\rho(a, b) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \frac{|a_n - b_n|}{1 + |a_n - b_n|}, a = (a_n)_{n \in \mathbb{N}}, b = (b_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

В метричних лінійних просторах можна також розглядати обмежені множини – по даній метриці.

Найважливішим класом метричних лінійних просторів є нормовані лінійні простори, де кожному елементу $x \in X$ ставиться у відповідність дійсне число $\|x\|$ – його норма, що є узагальненням геометричної довжини вектора. Повинні виконуватись аксіоми норми.

N1. Невід'ємність. $\forall x \in X [\|x\| \geq 0]$

N2. Віддільність. $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = \theta$ (нульовий вектор).

N3. Абсолютна однорідність. $\forall \lambda \in R(C) \forall x \in X [\|\lambda x\| = |\lambda| \|x\|]$

N4. Субаддитивність. $\forall x, y \in X [\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|]$

В цих просторах $\|x - y\|$ є метрика $\rho(x, y)$. Отже, можна розглядати обмеженість множин. $A \subset X$ обмежена, якщо $\exists \alpha_0 > 0 : \|x\| \leq \alpha_0 \quad \forall x \in A$.

Узагальненням метричних лінійних просторів є топологічні лінійні простори. Це поєднання лінійної і топологічної структур. Топологічні простори – це простори, у яких кожній точці відповідає система її околів, що задовольняє певні аксіоми. Топологічну структуру можна ввести різними способами, наприклад, аксіоматично задавши відкриті множини [3, с. 79]. Топологічний лінійний (або векторний) простір – це лінійний простір, що одночасно є і топологічним простором, і обидві структури узгоджені аксіомами: лінійні операції $x + y$, λx неперервні в вихідній топології $\tau(X)$. В топологічних лінійних просторах означається своє поняття обмеженої множини. Розглянемо його.

Нехай X – топологічний лінійний простір, $M \subset X$. Кажуть, що множина M поглинає множину T , якщо існує число $\lambda_0 > 0$ таке, що $T \subset \lambda M$ при всіх λ таких, що $|\lambda| \geq \lambda_0$. Множина M називається обмеженою, якщо вона поглинається всіма околами $V(\theta)$ нульового елемента [5, с. 69].

Відомо [3, с. 159], що в нормованих лінійних просторах обмеженість множини в означеному сенсі співпадає з обмеженістю по нормі. Цей факт вказується в літературі, але доведень у доступних джерелах не наводиться. Тому доведемо цей принциповий результат.

Теорема 1. В нормованих лінійних просторах множина обмежена у розумінні топологічного лінійного простору (ТЛП) тоді і тільки тоді, коли вона обмежена по нормі.

Доведення. 1). Нехай множина M обмежена у розумінні ТЛП. Покажемо, що вона обмежена по нормі. Околи $V(\theta)$ достатньо розглядати як кулі $K(\theta, r) = \{x : \|x\| < r\}$. Якщо розглядати $\lambda V(\theta)$, то одержимо $\{x : x \in \lambda K(\theta, r)\}$. Це є $K(\theta, |\lambda|r)$. Якщо множина M не обмежена по нормі, то для $K(\theta, r)$ не вдасться знайти $\lambda_0 > 0 : |\lambda| \geq \lambda_0 \Rightarrow M \subset \lambda K(\theta, r)$, оскільки M має елементи з як завгодно великою нормою.

2). Нехай M обмежена по нормі. Тоді $\|x\| \leq \alpha_0$ для всіх $x \in M$ і при достатньо великих $|\lambda|$ буде $M \subset \lambda K(\theta, r)$.

Теорему доведено.

Іншою, еквівалентною характеристикою обмеженості множини [5, с. 40] є така: $\forall (\lambda_n)_{n \in \mathbb{N}} : \lambda_n \rightarrow 0 \wedge \forall (x_n)_{n \in \mathbb{N}} : x_n \in M \Rightarrow \lambda_n x_n \rightarrow \theta$ в топології $\tau(X)$. Доведення еквівалентності обох підходів є у [5, с. 40, 41]. Дамо для нормованих лінійних просторів незалежне доведення для зв'язку збіжності і обмеженості по нормі.

Теорема 2. Нехай X – нормований лінійний простір, $M \subset X$. Множина M обмежена по нормі тоді і тільки тоді, коли виконана умова:

$$\forall (\lambda_n)_{n \in \mathbb{N}}, \lambda_n \in R(C) : \lambda_n \rightarrow 0 \wedge \forall (x_n)_{n \in \mathbb{N}} : x_n \in M \Rightarrow \lambda_n x_n \rightarrow \theta.$$

Доведення. 1). Нехай множина M обмежена по нормі і дані дві вказані послідовності $(\lambda_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Тоді $\exists \alpha_0 > 0 : \|x\| \leq \alpha_0 \quad \forall x \in M$. Зокрема,

$\|x_n\| \leq \alpha_0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$. Оскільки $\lambda_n \rightarrow 0$, то $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0(\varepsilon) : n > n_0 \Rightarrow |\lambda_n| < \frac{\varepsilon}{\alpha_0}$. Розглянемо

послідовність $(\lambda_n x_n)_{n \in N}$. Нехай $n > n_0$. Тоді $\|\lambda_n x_n\| = |\lambda_n| \|x_n\| < \frac{\varepsilon}{\alpha_0} \cdot \alpha_0 = \varepsilon$. Отже, $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0(\varepsilon) : n > n_0 \Rightarrow \|\lambda_n x_n\| < \varepsilon$. Це і означає, що $\lambda_n x_n \rightarrow \theta$ в топології $\tau(X)$.

2). Нехай для множини M виконується вказана умова для послідовностей. Покажемо, що M обмежена по нормі. Відомо, що власно збіжна послідовність $(\lambda_n)_{n \in N}$ обмежена: $\exists l_0 > 0 : |\lambda_n| < l_0 \forall n \in N$. Аналогічно, послідовність $(\lambda_n x_n)_{n \in N}$ обмежена: $\exists \beta_0 > 0 : \|\lambda_n x_n\| < \beta_0 \forall n \in N$. Якщо б M була б не обмежена по нормі, то в M були б елементи з як завгодно великими нормами і умова $\|\lambda_n x_n\| < \beta_0$ не могла б виконуватись для всіх $x_n \in M$. Отже, M обмежена по нормі.

Теорему доведено.

Слід відзначити, що в метричних лінійних просторах цей результат уже не зберігається: обмеженість у розумінні ТЛП може не співпадати з обмеженістю по метриці. Наприклад, так є у просторі послідовностей $\Lambda = R^\infty$ (або C^∞) [3, с. 159]. Околиці точок у цьому просторі $V(k_1, k_2, \dots, k_m; \varepsilon)$ визначаються $k_1, k_2, \dots, k_m \in N, \varepsilon > 0$ умовою: $|x_{k_i}| < \varepsilon, i = 1, 2, \dots, m$. $x = (x_n)_{n \in N}$ – дана послідовність.

Таким чином, обмеженість множин у ТЛП може бути охарактеризована як у термінах околів, так і в термінах збіжності послідовностей в даній топології. Але далі природнім чином виникає питання: обмеженість множин характеризується збіжністю послідовностей, а, з іншого боку, відомо, що збіжність послідовностей не є адекватною топологічній структурі. Необхідні більш складні конструкції збіжності – фільтри або напрямленості [6, с. 97]. Будемо використовувати напрямленості.

Напрямленисть – це узагальнення послідовностей. Послідовність $(x_n)_{n \in N}$ є відображення множини N натуральних чисел в деяку множину X . Множина N , як відомо, лінійно упорядкована. Нехай A – упорядкована (лінійно чи частково) множина. Вона називається напрямленою, якщо $\forall \alpha, \beta \in A \exists \gamma \in A : \gamma \geq \alpha \wedge \gamma \geq \beta$. Функція $S : A \rightarrow X$ на напрямленій множині називається напрямленістю. Запис: $S = (x_\alpha)_{\alpha \in A}$. Послідовність є частинним випадком напрямленості. Збіжність послідовностей у топологічних просторах визначається умовою: $x_\alpha \rightarrow x_0 \Leftrightarrow \forall V(x_0) \exists \alpha_0 \in A : \alpha \geq \alpha_0 \Rightarrow x_\alpha \in V(x_0)$. $V(x_0)$ – довільний окіл точки x_0 .

Виникає проблема: якщо в умові обмеженості множини в ТЛП замінити послідовності на напрямленості, то це буде те ж поняття чи інше. Отже, означимо таке поняття.

Означення. Множина $M \subset X$ в ТЛП називається посилено обмеженою, якщо для кожної напрямленості чисел $(\lambda_\alpha)_{\alpha \in A}$ і для кожної напрямленості елементів $(x_\alpha)_{\alpha \in A}, x_\alpha \in M$ виконується умова $\lambda_\alpha x_\alpha \rightarrow \theta$ в топології $\tau(X)$.

Вияснимо зв'язок обмеженості і посиленої обмеженості

Теорема 3. Множина $M \subset X$ в ТЛП є посилено обмеженою тоді і тільки тоді, коли вона обмежена.

Доведення. 1). Якщо M посилено обмежена, то вона обмежена, оскільки послідовність є частинним випадком напрямленості.

2). Нехай множина M обмежена. Покажемо, що вона посилено обмежена. Припустимо супротивне. Тоді існує напрямленість чисел $(\lambda_\alpha)_{\alpha \in A}$, збіжна до θ і

напрямленисть елементів $(x_\alpha)_{\alpha \in A}$ множини M , такі що напрямленисть $(\lambda_\alpha x_\alpha)_{\alpha \in A}$ не збігається до θ в топології $\tau(X)$. Отже, знайдеться такий окіл $V_0(\theta)$ нульового елемента, що $\forall \alpha_0 \in A \exists \alpha' \in A : \alpha' \geq \alpha_0, \lambda_{\alpha'} x_{\alpha'} \in V_0(\theta)$. Позначимо $B = \{\alpha \in A : \lambda_\alpha x_\alpha \in V_0(\theta)\}$. Покажемо, що B конфінальна в A . Порядок у множині B індукований порядком у множині A . B – напрямлена. Дійсно, $\forall \alpha_1, \alpha_2 \in B \exists \alpha_0 \in A : \alpha_3 \geq \alpha_1, \alpha_3 \geq \alpha_2$. Для $\alpha_3 \in A \exists \alpha_4 \in B : \alpha_4 \geq \alpha_3$ за властивістю околу $V_0(\theta)$. Тоді $\alpha_4 \geq \alpha_1, \alpha_4 \geq \alpha_2$ і множина B конфінальна в A . Це означає, що $(\lambda_{\alpha'})_{\alpha' \in B}$ є конфінальна піднапрямленисть напрямленості $(\lambda_\alpha)_{\alpha \in A}$. Оскільки збіжність чисел задовольняє другу аксіому класу збіжності [2, с. 107], то $\lambda_{\alpha'} \rightarrow 0$. Виберемо її піднапрямленисть $(\lambda_{\alpha_n})_{n \in N}$, що є послідовністю. Вона збіжна до нуля по тій же причині. Розглянемо послідовність елементів $(x_{\alpha_n})_{n \in N}$ множини M . За побудовою, $\lambda_{\alpha_n} x_{\alpha_n} \notin V_0(\theta)$. Це означає, що $\lambda_{\alpha_n} x_{\alpha_n} \not\rightarrow \theta$. Отже, M необмежена. Протиріччя.

Теорему доведено.

Таким чином, узагальнена посилена обмеженість в ТЛП співпадає зі звичайною обмеженістю і використання напрямленостей не дає нового поняття, хоча послідовності не адекватні топології. Причиною цього явища, мабуть, є той факт, що збіжність чисел повністю характеризується послідовностями, а в умові обмеженості послідовність $(\lambda_n)_{n \in N}$ грає більш визначальну роль, ніж послідовність $(x_n)_{n \in N}$. Це дозволяє зробити висновок, що обмеженість тісно пов'язана з зчисленістю. Це проявляється і в критерії нормуємості ТЛП: ТЛП нормуємий тоді і тільки тоді коли він локально обмежений і локально опуклий, і в тому, що локально обмежені ТЛП повністю характеризуються p -однорідною нормою – узагальненням норми $(\|\lambda x\| = |\lambda|^p \|x\|, 0 < p < 1)$ [7]. Зв'язки різних аспектів ТЛП з зчисленістю являють значний інтерес, оскільки зчислені множини все ж таки, мабуть, найбільш вивчені серед нескінчених множин.

Список використаних джерел

1. Вулих Б.З. Введение в теорию полуупорядоченных пространств / Б.З. Вулих. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 408 с.
2. Келли Дж. Л. Общая топология / Дж. Л. Келли. – М.: Наука, 1968. – 384 с.
3. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: Наука, 1972. – 496 с.
4. Крейн С.Г. и др. Функциональный анализ. СМБ / С.Г. Крейн и др. – М.: Наука, 1972. – 544 с.
5. Робертсон А.П. Топологические векторные пространства / А.П. Робертсон, В.Дж. Робертсон. – М.: Мир, 1967. – 259 с.
6. Шефер Х. Топологические векторные пространства / Х. Шефер. – М.: Мир, 1971. – 360 с.
7. Zelasko W. Metric generalisations of Banach algebras // Rosprawy Matematyczne, Warszawa, 47, 1965.

Анотація. Погребний В.Д. Про обмеженість множин: різні аспекти.

Поняття обмеженості множини є одним з найважливіших математичних понять. В класичній математиці розглядаються обмежені множини на прямій, на евклідовій площині, у тривимірному евклідовому просторі. У сучасній математиці це поняття узагальнюється і вивчається у різних аспектах. Сучасна математика є наукою про структури. З точки зору цих основних структур, обмеженість можна розглядати в метричному, порядковому і тополого-алгебраїчному аспектах. В деяких просторах обмеженість з метричної точки зору співпадає з обмеженістю з тополого-алгебраїчної точки зору, а в деяких не співпадає. Ці проблеми розглядаються у даній роботі. Також аналізується поняття обмеженості множин в топологічних лінійних просторах. Це поняття може бути введено через збіжність послідовностей. В той же час, як відомо, структура топологічного лінійного простору не адекватна збіжності послідовностей. Природньо, виникає проблема: якщо ввести нове поняття обмеженості, використовуючи апарат збіжності напрямленостей, що адекватний структурі топологічного лінійного простору, то чи одержимо ми нове поняття обмеженості множини? Ця проблема аналізується і доведено, що одержуємо те ж саме поняття обмеженості. З'ясовується причина такого явища з точки зору різного значення послідовностей чисел і послідовностей елементів множини в топологічному лінійному просторі.

Ключові слова: множина, обмеженість, простір, послідовність, напрямленість.

Аннотация. Погребной В.Д. Об ограниченности множеств: различные аспекты.

Понятие ограниченности множеств является одним из важнейших математических понятий. В классической математике рассматриваются ограниченные множества на прямой, на евклидовой плоскости, в трехмерном евклидовом пространстве. В современной математике это понятие обобщается и изучается в различных аспектах. Современная математика – это наука о структурах. С точки зрения этих основных структур, ограниченность можно рассматривать в метрическом, порядковом и тополого-алгебраическом аспектах. В некоторых пространствах ограниченность с метрической точки зрения совпадает с ограниченностью с тополого-алгебраической точки зрения, а в некоторых не совпадает. Эти проблемы рассматриваются в данной работе. Также анализируется понятие ограниченности множеств в топологических линейных пространствах. Это понятие может быть введено через сходимости последовательностей. В то же время, как известно, структура топологического линейного пространства не адекватна сходимости последовательностей. Естественно, возникает проблема: если ввести новое понятие ограниченности, используя аппарат сходимости сетей, который адекватен структуре топологического линейного пространства, то получим ли мы новое понятие ограниченности множества? Эта проблема анализируется и доказано, что получается то же понятие ограниченности. Выясняется причина такого явления с точки зрения различного значения последовательностей чисел и последовательностей элементов множества в топологическом линейном пространстве.

Ключевые слова: множество, ограниченность, пространство, последовательность, сеть.

Abstract. Pogrebnoy V. About limitation of sets: various aspects.

The notion of limited sets is one of the most important mathematical concepts. In classical mathematics we consider bounded sets on the line, on Euclid's plane, in three-dimensional Euclidean space. In modern mathematics, this notion is generalized and studied in various aspects. Modern mathematics is a science of structures. From the point of view of these basic structures, the limitations can be considered in the metric, order and topology-algebraic aspects. In some limited spaces from a metric point of view coincides with the constraints on topology-algebraic point of view, and some do not match. These issues are discussed in this paper. It also analyzes the concept of limited sets in topological linear spaces. This concept may be introduced through the convergence sequences. At the same time, as we know, the structure of a topological linear space is not adequate for the convergence of sequences. Of course, there is a problem: if we introduce a new notion of boundedness, using the device for the convergence of nets, adequate to the structure of a topological linear space, we obtain a new notion of limited many? This problem is analysed and it is proved that we get the same concept of limited. It turns out the reason for this phenomenon from the point of view of different meanings of various number sequences and sequences of elements of a set in a topological linear space.

Keywords: set, limitation, space, sequence, net.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Практика використання параметричного кольору в програмах динамічної математики при розв'язуванні задач на ГМТ / Олена Семеніхіна, Марина Друшляк // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 2 (5). – С. 65-72.

Semenikhina O.V., Drushlyak M.G. Practice of the Use of Parametric Color in Dynamic Mathematics Software in Solving Locus Problems. // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 2 (5). – P. 65-72.

УДК 378.14:371.214.46

Олена Семеніхіна, Марина Друшляк

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна

ПРАКТИКА ВИКОРИСТАННЯ ПАРАМЕТРИЧНОГО КОЛЬОРУ В ПРОГРАМАХ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ НА ГМТ

Сучасні підходи до надання якісної математичної освіти ґрунтуються на різних прийомах, формах, методах і засобах навчання, серед яких сьогодні найбільш актуальними і затребуваними є інформаційні програмні засоби математичного спрямування, де розрізняють системи комп'ютерної математики (СКМ) та програми динамічної математики (ПДМ).

СКМ покликані підтримати розв'язування прикладних задач і слугують потужним інструментом для математиків, фізиків, хіміків та науковців інших галузей знань, які активно використовують математичне моделювання у власних дослідженнях. До таких програм відносять *Maple*, *Mathematica*, *Maxima*, *MatLab* тощо.

ПДМ у своїй основі реалізують ідею динамічного оперування математичними об'єктами, що дозволяє поряд з якісною візуалізацією математичних об'єктів організувати дослідження властивостей геометричних фігур та параметричних залежностей і при цьому швидко одержувати кількісні характеристики та потрібні метричні співвідношення. Серед таких програм в Україні затребуваними є пакет *Gran*, програми *DG*, *GeoGebra*, *The Geometer's Sketchpad* та інші. Доцільність їх упровадження у навчальний процес загальноосвітніх навчальних закладів та у підготовку вчителів математики підтверджена численними науково-методичними дослідженнями, авторами яких є М. І. Жалдак, С. А. Раков, Ю. В. Триус, О. П. Зеленяк, В. М. Ракута, В. Н. Дубровський та ін.

Але варто зазначити, що поряд з цим маємо обмежене застосування ПДМ у реальній практиці загальноосвітніх і вищих педагогічних навчальних закладів, тому актуальними вважаємо дослідження по вивченню як технологічних, так і методичних особливостей використання ПДМ у навчанні математики. Зокрема, нами проведено

ретроспективний аналіз розвитку таких програм [1], а також порівняльний аналіз інструментарію та описано особливості використання ПДМ при вивченні різних тем шкільного курсу математики [2-13].

Наразі зупинимося ще на одному аспекті застосування ПДМ – використанні ідеї параметризації кольорів при вивченні геометричних об'єктів.

Оскільки ПДМ по своїй суті покликані підтримати оперування геометричними об'єктами, то досить часто їх використання доцільне в задачах на ГМТ. Традиційно розв'язування задач такого типу передбачає використання інструментів *Слід* та *Локус* (особливості роботи з ними детально описані в [7]). Разом з цим трапляються випадки, коли традиційні підходи не спрацьовують. Зокрема, до таких можна віднести задачі на ГМТ, в яких опис залежності між елементами ГМТ здійснюється на основі порівняння із певною величиною. Також частими є випадки, коли учні не можуть визначити форму ГМТ або не здатні врахувати потрібні характеристики при аналітичному розв'язанні задачі. У цих випадках у нагоді вчителю математики можуть стати ПДМ та використання параметричного (динамічного) кольору в них.

Як правило, будь-який геометричний об'єкт у кожній ПДМ можна побудувати у певній кольоровій палітрі. У окремих ПДМ розробниками передбачено зміну кольору об'єкта або встановлення його через параметричну залежність, яка впливатиме не тільки на колір самого об'єкта, а і на колір його сліду. Серед таких ПДМ виділимо програми: *The Geometer's Sketchpad*, *Математический конструктор*, *GeoGebra* – у них передбачена параметризація кольору, а у ПДМ *Математический конструктор* додатково передбачено ще й параметризацію стилю.

При цьому:

- у програмі *The Geometer's Sketchpad* від параметра залежить не тільки колір об'єкта (*Вид/Цвет/Задаётся параметром*), а й колір сліду, який він буде залишати (рис.1);

- для задання параметричного кольору у програмі *Математический конструктор* потрібно у діалозі властивостей об'єкта відкрити палітру кольорів і обрати властивість *Задать параметрически*. Відкриється вікно, у якому колір задається одним з двох загальноприйнятих способів – в системі *RGB* (червоний-зелений-синій) або *HSB* (відтінок-насиченість-яскравість). При параметричному заданні використовується саме другий спосіб, а сталі значення в полях *H*, *S* та *B* можна замінити виразами (рис.2). При цьому змінюється як колір точки, так колір сліду, який вона залишає;

- у програмі *GeoGebra* можна задати умови відображення об'єкта через контекстне меню *Свойства/Дополнительно/Условия отображения объекта* (рис.3). Ці умови можна задати залежними від параметру, тобто об'єкт буде то видимий, то невидимий. Причому, коли об'єкт видимий, він залишає слід, коли невидимий – не залишає. Подібно до програми *Математический конструктор* можна задати параметричний колір об'єкта (*Свойства/Дополнительно/Динамическая окраска*);

- у програмі *Математический конструктор* стиль ліній (звичайна, пунктир, жирна тощо) можна також визначити параметром, для чого потрібно виділити поле стилю у вкладці *Свойства объекта/Стиль линии* і обрати відповідний параметр (рис.4). Ця властивість активно використовується при побудові 3D-об'єктів засобами 2D-графіки, щоб продемонструвати як видимі елементи (суцільна лінія) стають невидимими (пунктирна лінія) при зміні положення 3D-об'єкта (приклад такого використання можна знайти, зокрема, в [14]).

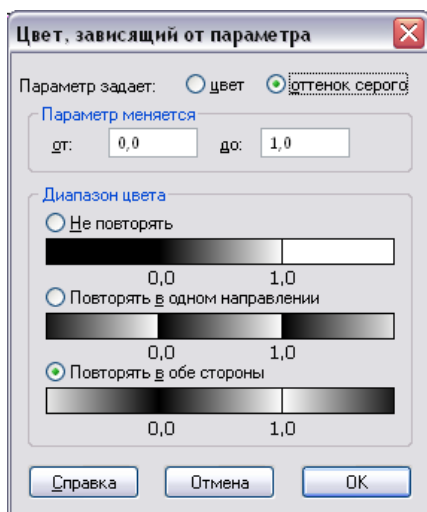


Рис.1. Параметризація кольору в програмі The Geometer's Sketchpad

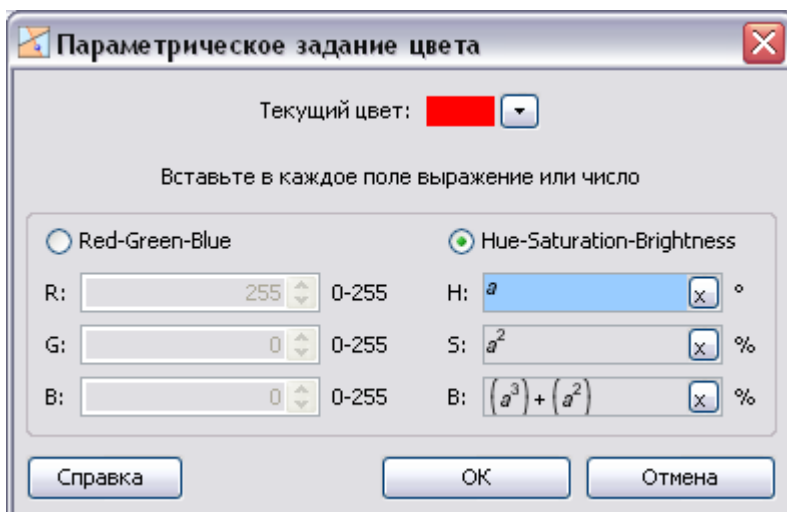


Рис.2. Параметризація кольору в програмі Математический конструктор

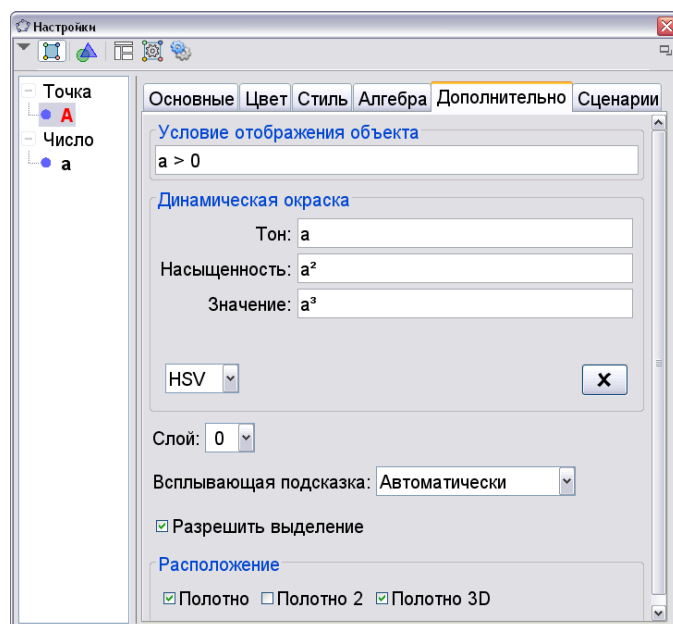


Рис.3. Параметризація кольору в програмі GeoGebra

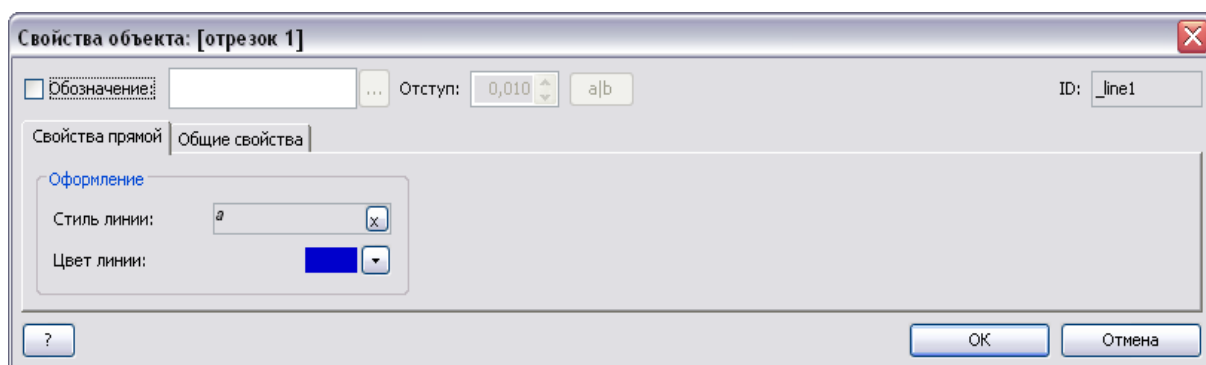


Рис.4. Параметризація стилю лінії у програмі Математический конструктор

Розглянемо використання параметричного кольору більш детально.

Приклад. (*The Geometer's Sketchpad*) Знайти геометричне місце точок, сума квадратів відстаней від яких до двох даних точок є величина стала.

Розв'язання. Традиційний підхід до розв'язування передбачає переформулювання умови так, щоб пов'язати суму квадратів довжин відрізків з теоремою Піфагора: сума квадратів відстаней буде величиною сталою у тому випадку, коли ці відстані є катетами прямокутних трикутників, що спираються на одну гіпотенузу. Тоді вимога задачі зводиться до пошуку ГМТ вершин прямих кутів, що спираються на відрізок, який з'єднує дві дані точки таким чином, що шукане ГМТ – це коло, діаметр якого є відрізком, що з'єднує дві задані точки.

Реалізуємо цю ідею з використанням інструментів *Слід* і *Локус*.

На довільному промені з початком у точці *A* потрібно знайти таку точку *E*, що кут *AEB* прямий. Повертаючи промінь навколо точки *A* можна одержати шукане ГМТ для вершин *E* прямого кута трикутника *AEB*.

Виконаємо наступні дії. Побудуємо відрізок *AB*. Побудуємо коло з центром *A*, що проходить через довільну точку *D*. Побудуємо на колі довільну точку *F*. Проведемо промінь *AF*. Проведемо через точку *B* пряму перпендикулярно до променю *AF*. Побудуємо точку *E* перетину побудованої прямої і променю *AF*. Змінимо стиль допоміжних ліній у контекстному меню *Свойства*. Клацнемо правою кнопкою миші на точці *E* і виберемо у контекстному меню рядок *Оставляют след*. Мишею пересуваємо точку *F* – вона рухається лише по колу, і коли пробіжить усі точки, залежна точка *E* опише деяку лінію. Побудована лінія є колом з діаметром *AB* (рис. 5).

Використовуючи інструмент *Локус*, виберемо точку *F* в якості точки-водія, а точку *E* – в якості точки-олівця і отримаємо шукане ГМТ (рис.6).

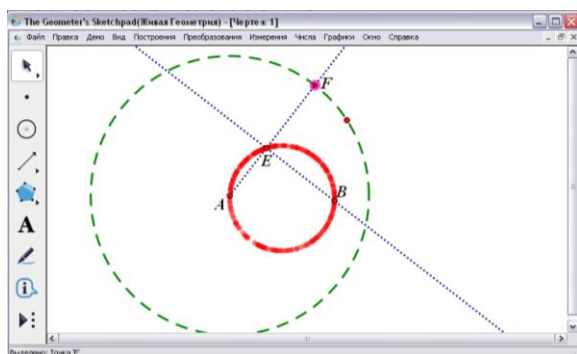


Рис.5. ГМТ побудоване за допомогою інструменту *Слід*

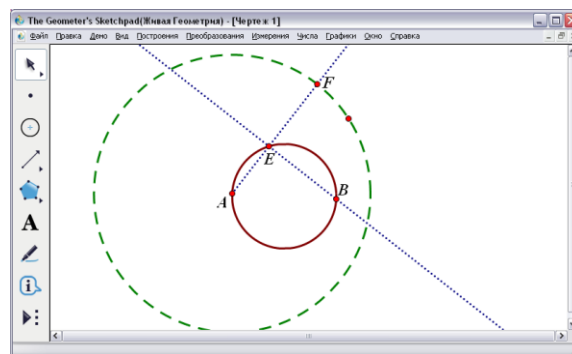


Рис.6. ГМТ побудоване за допомогою інструменту *Локус*

Тепер продемонструємо використання параметричного кольору.

Будемо вважати заданими точки *A* і *C*. ГМТ буде описувати точка *B*. За сталу величину візьмемо довжину відрізка *c*. Щоб побудови були привабливим, побудуємо горизонтальну пряму, на якій відкладемо відрізок *c* (пряму сховаємо). Точки *A*, *B* і *C* візьмемо за межами прямої.

Обчислимо довжину відрізка *c*, відстані між точками *A* та *B*, *C* та *B*. Для цього спочатку потрібно виділити ті об'єкти, які впливають на шукану величину (зокрема, дві *A* і *B* точки для обчислення відстані між ними), а потім за допомогою меню *Измерения/Расстояние* її визначити.

Обчислимо величину $|c - (AB^2 + CB^2)|$, яка характеризує відхилення суми квадратів відстаней від сталої величини (вкладка *Измерения/Вычислить*). Для точки *B*

задамо параметричний колір. Для цього виділимо точку B та параметр $|c - (AB^2 + CB^2)|$. За вкладкою *Вид/Цвет/Задаётся* параметром з'явиться вікно.

Встановимо характеристики параметра, як показано на рис. 7, а, та натиснемо кнопку *Готово*.

Далі виділимо точку B і звернемося до команди *Вид/Оставляют след (точка)*. Таким чином, чим менше буде відхилення суми квадратів відстаней AB^2 та CB^2 від сталої величини c , тим чорнішим буде слід, який залишає точка B (рис. 7, б). Як видно з рис. 7, б шуканим ГМТ є коло.

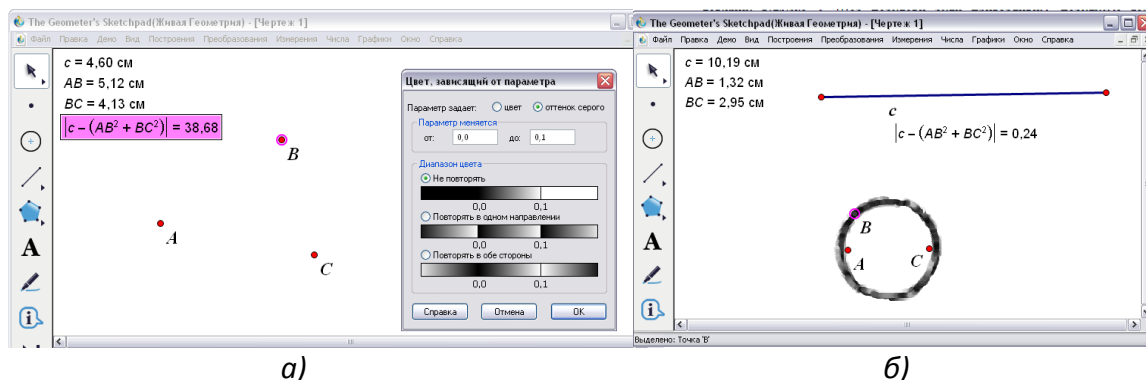


Рис.7. ГМТ побудоване з використанням параметричного кольору

Додатково пропонуємо список задач на ГМТ, які можна розв'язувати, використовуючи ідею параметризації кольору.

Задача 1. Якщо в трикутнику взяти точку P і з'єднати її з вершинами, то трикутник розіб'ється на три менших трикутника. Знайти ГМТ точок, для яких сума площ двох з цих трикутників буде дорівнювати площі третього.

Задача 2. Знайти ГМТ точок M , які лежать всередині ромба $ABCD$ і для яких сума кутів AMD і BMC дорівнює 180° .

Задача 3. Знайти геометричне місце точок, відношення відстаней від яких до двох даних точок стало і дорівнює 5.

Задача 4. Знайти геометричне місце точок, відношення відстаней яких до фіксованої точки та фіксованої прямої є величина стала і дорівнює 3.

Задача 5. Знайти геометричне місце точок, сума відстаней яких до двох прямих стала і дорівнює 2.

Задача 6. Знайти геометричне місце точок таких, що відрізки дотичних, проведені з них до даного кола, мають задану довжину.

Задача 7. Яку геометричну фігуру утворюють вершини усіх рівновеликих трикутників, які мають спільну основу.

Задача 8. Дано рівнобедрений трикутник ABC ($AC=BC$). Знайти усі точки M в середині трикутника, для яких $S_{ABM} = S_{CBM}$.

Таким чином, наш досвід роботи з ПДМ підтверджує доцільність застосування ідеї параметризації кольору і побудови геометричних об'єктів з наперед заданою властивістю за рахунок вибіркового зафарбовування точок площини.

Вивчення та детальний аналіз різних ПДМ та їх інструментарію виявив, що у контексті розв'язування задач на ГМТ з використанням параметричного кольору пріоритетним є використання програми *The Geometer's Sketchpad*.

Використання параметричного кольору доцільніше при розв'язуванні задач, в яких опис залежності між елементами ГМТ здійснюється на основі порівняння із певною величиною. Разом з цим одержаний графічний результат – це лише частина роботи, яку потрібно провести для одержання повноцінної відповіді: у такий спосіб можна лише конструктивно знайти розв'язок, який буде підказкою для одержання аналітичної відповіді. Тому активне використання комп'ютерного інструментарію при розв'язуванні задач на ГМТ потрібно поєднувати з аналітичними розрахунками та їх адекватною інтерпретацією.

Список використаних джерел

1. Семеніхіна О.В. Використання комп'ютера при вивченні математики. Програми динамічної геометрії / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк. – Суми: СумДПУ ім. А. С. Макаренка. – 2014. – 140 с.
2. Семеніхіна О.В. Використання комп'ютерних інструментів ІГС CABRI 3D при розв'язуванні задач стереометрії / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2014. – № 4. – С. 36-41.
3. Семеніхіна О.В. Комп'ютерні інструменти програм динамічної математики та методичні проблеми їх використання / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2014. – Т. 42. – № 4. – С. 109-117.
4. Семеніхіна О.В. Про інструменти контролю в ІГС Математичний конструктор / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Науковий вісник Мелітопільського державного педагогічного університету. Серія: Педагогіка. – 2014. – Вип.13 (2). – С. 189-195.
5. Семеніхіна О.В. Геометричні перетворення площини і комп'ютерні інструменти їх реалізації / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Комп'ютер в школі і сім'ї. – 2014. – №7(119). – С. 25-29.
6. Semenikhina E.V. Computer Mathematical Tools: Practical Experience of Learning to Use Them / E.V. Semenikhina, M.G. Drushlyak // European Journal of Contemporary Education. – 2014. – V.9 (3). – P. 175-183.
7. Drushlyak M.G. Computer Tools "Trace" and "Locus" in Dynamic Mathematics Software / M.G. Drushlyak // European Journal of Contemporary Education. – 2014. – V.10 (4). – P.204-214.
8. Семеніхіна О.В. Створення власних комп'ютерних інструментів в середовищах динамічної математики / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2014. – № 5(53). – С. 60-69.
9. Семеніхіна О.В. Інструментарій програми GeoGebra 5.0 та його використання при розв'язуванні задач стереометрії / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2014. – Т. 44. – № 6. – С. 124-133.
10. Семеніхіна О.В. Програми динамічної математики у контексті набуття емпіричного досвіду і формування знань (на прикладі розв'язування задач з параметрами) / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2014. – № 6. – С. 67-74.
11. Семеніхіна О.В. Про формування умінь раціонально обрати програму динамічної математики: результати педагогічних досліджень / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Комп'ютер в школі і сім'ї. – 2015. – № 4. – С. 24-30.
12. Semenikhina O.V. Organization of Experimental Computing in Geogebra 5.0 in Solving Problems of Probability Theory / O.V. Semenikhina, M.G. Drushlyak // European Journal of Contemporary Education. – 2015. – V. 11(1). – P. 82-90.

13. Семеніхіна О.В. Розв'язування задач шкільного курсу статистики у середовищах Gran1 і Geogebra: порівняльний аналіз / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Фізико-математична освіта. – 2015. – № 1(4). – С. 21-30.
14. Дубровский В.Н. Учимся работать с «Математическим конструктором» / В.Н. Дубровский // Математика. – 2009. – №13. – С. 2-48.

Анотація. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Практика використання параметричного кольору в програмах динамічної математики при розв'язуванні задач на ГМТ

В статті розглядається можливість використання параметричного кольору математичних об'єктів у програмах динамічної математики при розв'язуванні задач на ГМТ. Зокрема, описуються особливості задання параметричного кольору у середовищах The Geometer's Sketchpad, Математический конструктор, GeoGebra. Зазначається, що у програмі The Geometer's Sketchpad від параметра залежить не тільки колір об'єкта, а й колір сліду, який він буде залишати; у програмі GeoGebra умови відображення об'єкта можна відразу встановити залежними від параметра; для задання параметричного кольору у ПДМ Математический конструктор використовується система HSB, де сталі значення в полях H, S та B замінюють на вирази, додатково у програмі Математический конструктор передбачено можливість встановлення стилю ліній через параметр.

Наводиться приклад з різними способами розв'язування задачі на ГМТ у програмі The Geometer's Sketchpad, у тому числі з використанням параметричного кольору. Додатково пропонується перелік задач, які можна розв'язувати, використавши описаний підхід.

Ключові слова: параметричний колір, динамічний колір, програма динамічної математики, ГМТ, задача на ГМТ, методи розв'язування задач на ГМТ.

Аннотация. Семенихина Е.В., Друшляк М.Г. Практика использования параметрического цвета в программах динамической математики при решении задач на ГМТ

В статье рассматривается возможность использования параметрического цвета при решении задач на ГМТ в программах динамической математики. Описываются особенности его установки и использования в программах The Geometer's Sketchpad, Математический конструктор, GeoGebra. Отмечается, что в программе "The Geometer's Sketchpad от параметра может зависеть не только цвет объекта, но и цвет следа, который он будет оставлять; в программе GeoGebra условия отображения объекта можно сразу установить зависимыми от параметра; для задания параметрического цвета в ПДМ Математический конструктор используется система HSB, где постоянные значения в полях H, S и B заменяют на параметрические выражения, дополнительно в программе Математический конструктор предусмотрена возможность установки стиля линий через параметр. Приводится пример с различными способами решения задачи на ГМТ в программе The Geometer's Sketchpad, в том числе с использованием параметрического цвета. Дополнительно предлагается перечень задач, которые можно решать, используя описанный подход.

Ключевые слова: параметрический цвет, динамический цвет, программа динамической математики, ГМТ, задача на ГМТ, методы решения задач на ГМТ.

Abstract. Semenikhina O.V., Drushlyak M.G. Practice of the Use of Parametric Color in Dynamic Mathematics Software in Solving Locus Problems.

The article discusses the use of parametric color of mathematical objects in dynamic mathematics software in solving locus problems. In particular, the features of parametric color in software The Geometer's Sketchpad, MathKit, GeoGebra are described. It is noted that in the software The Geometer's Sketchpad not only the color of the object but also the color of the trace, which this object leaves, depends on the parameter; in the software GeoGebra display conditions of the object can be set directly dependent on the parameter; in dynamic mathematics software MathKit HSB system is used to set the parametric color, constants H, S and B is replaced by the expression, also the possibility to set the line style using the parameter can be realized in software MathKit. The idea of parameterization of color in the software The Geometer's Sketchpad is in selective shading of points of the plane, which depends on the predetermined conditions.

An example of solving locus problem in the software The Geometer's Sketchpad as in the traditional way with the use of computer tools Trace and Locus, and using parametric color, is given. It is noted that the idea of parameterization of color is better applied when solving problems where the evaluation of a particular dependency between the elements of the given locus is compared with a constant. A list of tasks that can be solved by using the described approach is offered.

Keywords: parametric color, dynamic color, dynamic mathematics software, locus, locus problem, methods for solving locus problems.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Хворостіна Ю.В. Концептуальні основи дослідження розподілів випадкових величин, пов'язаних зі знакозмінними рядами Лյорота / Юрій Хворостіна // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 2 (5). – С. 73-81.

Khvorostina Yu. Conceptual framework for investigating the distribution of the random variables that are associated with alternating Lüroth series // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 2 (5). – P. 73-81.

УДК 519.21

Юрій Хворостіна

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна

КОНЦЕПТУАЛЬНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛІВ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН, ПОВ'ЯЗАНИХ ЗІ ЗНАКОЗМІННИМИ РЯДАМИ ЛЬОРОТА

ВСТУП

У цій роботі висвітлюються основні результати дослідження розподілів випадкових величин (в. в.), пов'язаних зі знакозмінними рядами Лյорота. Це випадкові величини, які є: по-перше, сумою знакозмінного ряду Лյорота, натуральні елементи якого є незалежними чи марківсько залежними випадковими величинами з наперед заданими дискретними розподілами; по-друге, випадковими неповними сумами заданих знакозмінних рядів Лյорота, коефіцієнти яких є незалежними випадковими величинами або випадковими величинами, які утворюють ланцюг Маркова.

С. Калпазідю, А. Кнопфмахер і Дж. Кнопфмахер у 1990 році довели, що довільне дійсне число $x \in (0,1]$ можна подати у вигляді знакозмінного ряду:

$$x = \frac{1}{a_1} + \sum_{n \geq 2} \frac{(-1)^{n-1}}{a_1(a_1+1) \dots a_{n-1}(a_{n-1}+1)a_n}, \quad a_n \in \mathbb{N} \quad (1)$$

або у вигляді його частинної суми, причому кожне ірраціональне число має єдине нескінченне і неперіодичне представлення, а кожне раціональне число або скінченне, або періодичне. Цією ж групою авторів у 1991 році було проведено дослідження деяких метричних властивостей зображення чисел знакозмінними рядами Лյорота, зокрема, встановлено існування майже скрізь константи типу Хінчина для ланцюгових дробів, асимптотичної частоти для будь-якого заданого значення цифри і точної оцінки діофантового наближення.

Скорочено (символічно) рівність (1) ми записуватимемо у вигляді $x = \Delta_{a_1 a_2 \dots a_n}^{\tilde{L}}$ або $x = \Delta_{a_1 a_2 \dots a_n}^{\tilde{L}}(\emptyset)$ в залежності від того нескінченним чи скінченним є розклад. При цьому $a_n = a_n(x)$ ми називаємо n -тою цифрою числа x , а праву частину цих рівностей

$\tilde{L}$ -зображенням числа x , яке по суті є кодуванням числа x засобами нескінченного алфавіту $A = \mathbb{N}$.

Як з'ясувалося, $\tilde{L}$ -зображення є частинним випадком $\tilde{Q}_\infty$ -зображення (вперше введеного у роботах М. В. Працьовитого) при певному виборі множини $\{q_0, q_1, q_2, \dots\}$, а саме: $q_{k-1} = \frac{1}{k(k+1)}$. Але систематичного викладу тополого-метричної, ймовірнісної та фрактальної теорій $\tilde{Q}_\infty$ -зображення дійсних чисел ще до недавня не існувало.

У даній роботі вивчається кілька нових сімей розподілів випадкових величин зі складною локальною структурою і фрактальними властивостями, використовуючи при цьому методологію, розроблену М. В. Працьовитим та його учнями.

1. Випадкові неповні суми знакозмінного ряду Люрота

Розглянемо випадкову величину

$$\tau = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} \tau_k}{A_k}, \quad (2)$$

де $A_1 = a_1$, $A_{k+1} = a_1(a_1+1)a_2 \dots a_k(a_k+1)a_{k+1}$, $a_i \in \mathbb{N}$, (τ_k) – послідовність незалежних випадкових величин, які набувають значень 0 та 1 з ймовірностями $p_{0k}, p_{1k} = 1 - p_{0k}$ відповідно.

Згідно з теоремою Джессена-Вінтнера випадкова величина τ має або чисто дискретний, або чисто сингулярний, або чисто абсолютно неперервний (відносно міри Лебега) розподіл, причому критерій дискретності є наслідком відомої теореми П. Леві: розподіл τ є дискретним тоді і тільки тоді, коли

$$M \equiv \prod_{k=1}^{\infty} \max\{p_{0k}, p_{1k}\} > 0. \quad (3)$$

Теорема 1.1 1. Неперервно розподілена випадкова величина

$$\tau_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} \tau_k}{2^{k-1}} \equiv \bar{\Delta}^2 \tau_1 \tau_2 \dots \tau_k \dots,$$

нега-двійкові цифри τ_k якої є незалежними і мають розподіли:

$$P\{\tau_k = i\} = p_{ik}, i \in \{0;1\},$$

має експоненціальний розподіл зі щільністю $f(x) = \frac{\beta}{e^\beta - 1} \cdot e^{\beta x}$, $-\infty < \beta < \infty$, якщо

$$p_{0k} = \begin{cases} (1 + e^{\frac{\beta}{2^k}})^{-1} & \text{при непарних } k, \\ 1 - (1 + e^{\frac{\beta}{2^k}})^{-1} & \text{при парних } k. \end{cases}$$

2. Якщо випадкова величина X має експоненціальний розподіл на відрізку $\left[-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right]$ з функцією розподілу

$$F_X(x) = \frac{1}{e^\beta - 1} \left(e^{\beta(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3})} - 1 \right), \quad -\infty < \beta < +\infty,$$

то цифри ϕ_k у представленні X нега-двійковим дробом $\bar{\Delta}^2_{\phi_1 \phi_2 \dots \phi_k \dots}$ є незалежними випадковими величинами з розподілами

$$P\{\phi_k = 0\} = \begin{cases} (1 + e^{\frac{\beta}{2^k}})^{-1} & \text{при непарних } k, \\ 1 - (1 + e^{\frac{\beta}{2^k}})^{-1} & \text{при парних } k; \end{cases}$$

$$P\{\phi_k = 1\} = \begin{cases} 1 - (1 + e^{\frac{\beta}{2^k}})^{-1} & \text{при непарних } k, \\ (1 + e^{\frac{\beta}{2^k}})^{-1} & \text{при парних } k. \end{cases}$$

Теорема 2.2 Неперервний розподіл випадкової величини $\tau \in$:

1) абсолютно неперервним, якщо існує $n_0 \in \mathbb{N}$ таке, що для всіх $n \geq n_0$ має місце рівність $a_n = 1$, і виконується умова:

$$L \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} - p_{0k} \right)^2 < \infty; \quad (4)$$

2) чисто сингулярним в решті випадків, тобто коли $L = \infty$ або нерівність $a_n \neq 1$ виконується нескінченну кількість разів.

Теорема 3.3 Множина атомів дискретного розподілу випадкової величини $\tau \in$ хвостовою множиною і складається з точок виду

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \varepsilon_n}{A_n}, \quad \text{де } \varepsilon_n \in \{0,1\},$$

для яких $p_{\varepsilon_n n} \neq 0$ та існує таке $n_0 \in \mathbb{N}$, що для всіх $k \geq n_0$ виконуються рівності $p_{\varepsilon_k k} = \max\{p_{0k}, p_{1k}\}$.

Враховуючи тополого-метричні властивості спектра розподілу випадкової величини τ , встановлено справедливості наступного твердження.

Теорема 4.4 Якщо добуток (2) розбігається до нуля і $a_n \neq 1$ для нескінченної множини значень n , то розподіл $\tau \in$ сингулярним розподілом канторівського типу (його спектр є ніде не щільною множиною нульової міри Лебега).

Для характеристичної функцією $f_X(t)$ випадкової величини X , яка є, згідно з означенням, математичним сподівання комплекснозначної випадкової величини e^{itX} , відомо, що величина

$$L_X = \lim_{|t| \rightarrow \infty} \sup |f_X(t)|$$

дорівнює: 1 для дискретно розподіленої випадкової величини X , 0 для абсолютно неперервно розподіленої випадкової величини X ; або належить відрізьку $[0;1]$ для сингулярних розподілів. Таким чином поведінка модуля характеристичної функції на нескінченності дозволяє зробити деякі висновки про структуру розподілу відповідної їй випадкової величини, зокрема про близькість сингулярного розподілу до дискретного чи абсолютно неперервного розподілу.

Теорема 5.5 1. Якщо $a_n = 1$ для всіх $n > n_0$, то рівність $L_\tau = 0$ має місце тоді і тільки тоді, коли $\lim_{k \rightarrow \infty} p_{1k} = \frac{1}{2}$.

2. Якщо $a_n \neq 1$ для нескінченної множини значень n , то $L_\tau > 0$.

Теорема 6.6 Якщо для $n \geq n_0$ і всіх $k > n$ виконується нерівність

$$\frac{k!}{n!} \leq (a_n + 1)a_{n+1}(a_{n+1} + 1) \dots (a_{k-1} + 1)a_k, \quad (5)$$

то має місце рівність $L_\tau = 1$.

Наслідок 1.7 Якщо $a_{n+1} > a_n$ для всіх $n \in \mathbb{N}$, то має місце рівність $L_\tau = 1$.

У цьому пункті також вивчається випадок однакової розподіленості випадкових величин τ_k , зокрема при $a_n = 1$ для всіх n більших деякого n_0 отримано умови кускової рівномірності розподілу τ .

Розглянемо випадкову величину

$$\eta = \frac{\eta_1}{a_1} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \eta_n}{a_1(a_1+1) \dots a_{n-1}(a_{n-1}+1)a_n},$$

де (η_n) – послідовність випадкових величин, які набувають двох значень 0 та 1 і утворюють однорідний ланцюг Маркова з початковими ймовірностями $p_0 = p_1 = \frac{1}{2}$ і матрицею перехідних ймовірностей

$$\| p_{ik} \| = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{pmatrix}, \text{ тобто } P\{\eta_{k+1} = j / \eta_k = i\} = p_{ij}.$$

Теорема 7.8 Для того щоб розподіл випадкової величини η мав атоми, необхідно, щоб матриця перехідних ймовірностей $\| p_{ik} \|$ містила хоча б один нуль.

Теорема 8.9 Якщо матриця перехідних ймовірностей містить рівно один нуль, то розподіл в.в. η є дискретним або чисто неперервним (неатомарним), причому дискретним, якщо $p_{ij} = 0$ при $i \neq j$, і неперервним, якщо $p_{ii} = 0$, $i \in \{0,1\}$, в останньому випадку розподіл η є сингулярно неперервним розподілом канторівського типу.

Лема 1.10 Якщо матриця перехідних ймовірностей $\| p_{ik} \|$ має два нулі, то розподіл є чисто дискретним.

Теорема 9.11 Якщо матриця перехідних ймовірностей $\| p_{ik} \|$ не містить нулів, то розподіл η є неперервним, причому

1) сингулярним розподілом канторівського типу, якщо $a_n \neq 1$ нескінченну кількість разів;

2) кусково рівномірним, якщо $a_n = 1$ для всіх n , більших деякого n_0 , і матриця перехідних ймовірностей має вигляд

$$\| p_{ik} \| = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

2. Розподіли випадкових величин з незалежними елементами розкладів в знакозмінні ряди люрота

Розглянемо випадкову величину

$$\xi = \Delta_{\xi_1 \xi_2 \dots \xi_k \dots}^{\tilde{L}}, \quad (6)$$

де (ξ_k) – послідовність незалежних випадкових величин, причому ξ_k набуває значень $1, 2, \dots, i, \dots$ з ймовірностями $p_{1k}, p_{2k}, \dots, p_{ik}, \dots$ відповідно

($p_{ik} \geq 0, p_{1k} + p_{2k} + \dots + p_{ik} + \dots = 1 \quad \forall k \in N$), яку ми називаємо випадковою величиною з незалежними $\tilde{L}$ -символами.

Теорема 10.12 Випадкова величина ξ з незалежними $\tilde{L}$ -символами має дискретний розподіл тоді і тільки тоді, коли

$$\prod_{k=1}^{\infty} \max_m p_{mk} > 0. \quad (7)$$

Причому у випадку дискретності множина атомів розподілу випадкової величини ξ складається з точки x_0 , де $p_{a_k(x_0)k} = \max_m \{p_{mk}\} \quad \forall k \in N$, і всіх точок $x \in (0,1)$, у яких $p_{a_k(x)k} > 0$ та існує таке $m \in N$, що $a_j(x) = a_j(x_0)$ при $j \geq m$.

Теорема 11. 13 Неперервна випадкова величина ξ з незалежними $\tilde{L}$ -символами має або чисто абсолютно неперервний, або чисто сингулярно неперервний розподіл, причому абсолютно неперервним тоді і тільки тоді, коли виконується умова

$$\prod_{k=1}^{\infty} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\frac{p_{mk}}{m(m+1)}} \right) > 0. \quad (8)$$

Наслідок 2.14 Неперервний розподіл випадкової величини ξ є чисто сингулярно неперервним тоді і тільки тоді, коли добуток (8) – розбіжний.

Теорема 12.15 Сингулярний розподіл випадкової величини ξ є сингулярним розподілом:

1) С-типу тоді і тільки тоді, коли розбігається нескінченний добуток

$$\prod_{k=1}^{\infty} \sum_{i: p_{ik} > 0} \frac{1}{i(i+1)}; \quad (9)$$

2) S-типу тоді і тільки тоді, коли матриця $\|p_{ik}\|$ має скінченну кількість стовпців, які містять нулі;

3) K-типу тоді і тільки тоді, коли нескінченний добуток (9) збігається, а матриця $\|p_{ik}\|$ має нескінченну кількість стовпців, які містять нулі.

Фрактальні властивості розподілу частково відображають наступні твердження.

Лема 2.16 Графік Γ функції розподілу є N -самоафінною множиною простору R^2 , причому

$$\Gamma = \bigcup_{i=1}^{\infty} \varphi_i(\Gamma), \quad \text{де} \quad \varphi_i : \begin{cases} x' = \frac{1-x}{i(i+1)} + \frac{1}{i+1}, \\ y' = p_i(1-y) + \beta_i. \end{cases}$$

$$\beta_i = \begin{cases} \sum_{j=i+1}^{\infty} p_j, & \text{при} \quad i = 2m-1, \\ \sum_{j=1}^{i-1} p_j, & \text{при} \quad i = 2m, m \in N. \end{cases}$$

Теорема 13.17 Для того щоб функція розподілу випадкової величини ξ_0 з незалежними однаково розподіленими $\tilde{L}$ -символами зберігала розмірність Хаусдорфа-Безиковича, необхідно і достатньо, щоб для будь-якого $i \in N$ виконувалась рівність $p_i = \frac{1}{i(i+1)}$.

3. Випадкові знакозмінні ряди Люрота, елементи яких утворюють ланцюг Маркова

Розглянемо випадкову величину

$$\theta = \frac{1}{\theta_1} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\theta_1(\theta_1+1)\dots\theta_{n-1}(\theta_{n-1}+1)\theta_n} \equiv \Delta_{\theta_1\theta_2\dots\theta_n}^{\tilde{L}},$$

що має нескінченне $\tilde{L}$ -зображення, елементи якого є випадковими величинами θ_n , де (θ_n) – послідовність дискретно розподілених випадкових величин, які набувають натуральних значень $1, 2, \dots, m, \dots$ і утворюють однорідний ланцюг Маркова з початковими ймовірностями $p_1, p_2, \dots, p_m, \dots$ і матрицею перехідних ймовірностей $\|p_{ik}\|$.

Теорема 14.18 Розподіл в. в. θ має атоми тоді і тільки тоді, коли існує така послідовність натуральних чисел $(a_1, a_2, \dots, a_k, \dots)$, що

$$H(a_n) \equiv p_{a_1} \prod_{k=1}^{\infty} p_{a_k a_{k+1}} > 0.$$

Точковим спектром розподілу випадкової величини θ є множина

$$D_{\theta} = \{x: x = \Delta_{a_1 a_2 \dots a_n}^{\tilde{L}}, H(a_n(x)) > 0\}.$$

Наслідок 3.19 Розподіл випадкової величини θ є неперервним, тобто ймовірнісна міра кожної одноточкової множини дорівнює нулю, тоді і тільки тоді, коли для довільної послідовності натуральних чисел (a_k) виконується рівність $H(a_n) = 0$.

Теорема 15.20 Якщо всі елементи матриці перехідних ймовірностей $\|p_{ik}\|$ є одиницями або нулями, то розподіл випадкової величини θ є чисто дискретним з єдиним атомом у кожному циліндрі першого рангу, маса якого дорівнює відповідній початковій ймовірності, зокрема:

1) якщо $p_{jj} = 1$ для всіх $j \in \mathbb{N}$, то точковий спектр є множиною точок виду $\Delta_{(j)}^{\tilde{L}}$;

2) якщо $p_{jk} = 1$ для всіх $j \in \mathbb{N}$ та деякого фіксованого $k \in \mathbb{N}$, то точковий спектр є множиною точок виду $\Delta_{j(k)}^{\tilde{L}}$;

3) якщо $p_{j(j+k)} = 1$ для всіх $j \in \mathbb{N}$ та деякого фіксованого $k \in \mathbb{N}$, то точковий спектр є множиною точок виду $\Delta_{j[j+k][j+k][j+2k][j+2k]\dots}^{\tilde{L}}$.

У роботі знайдено вираз функції розподілу в. в. θ .

Лема 3.21 Якщо існує таке $m \in \mathbb{N}$, що $p_{jj} = 1$, $p_{[m+i]j} = 0$ для всіх $j \leq m$ і

$\prod_{i=1}^{\infty} \max_k \{p_{[m+i][m+k]}\} = 0$ для всі $k \in \mathbb{N}$, то функція розподілу випадкової величини θ має наступну лебегівську структуру

$$F_{\theta}(x) = pF_d(x) + qF_c(x), \text{ де } q = 1 - p, \quad (10)$$

$$p = \sum_{j=1}^m p_j, F_d(x) = \frac{1}{p} \sum_{j: x_j < x} p_j, F_c(x) = \frac{1}{q} (F_{\theta}(x) - pF_d(x)).$$

Таким чином, розподіл випадкової величини θ може бути чисто дискретним, чисто неперервним і може бути сумішшю дискретного і неперервного.

Теорема 16.22 Якщо матриця перехідних ймовірностей має принаймні один нуль, то спектр розподілу випадкової величини θ має нульову міру Лебега, тобто розподіл є сингулярним.

Наслідок 4.23 Якщо елементи матриці перехідних ймовірностей $\|p_{ik}\|$ відокремлені від одиниці і вона містить принаймні один нуль, то розподіл випадкової величини θ є сингулярним розподілом канторівського типу.

Теорема 17.24 Якщо $p_{ii} > 0$, $p_{i(i+1)} > 0$ і $p_{ii} + p_{i(i+1)} = 1 \quad \forall i \in \mathbb{N}$, то спектр розподілу випадкової величини θ є аномально фрактальною множиною, тобто його розмірність Хаусдорфа-Безиковича дорівнює нулю.

Список використаних джерел

1. Хворостіна Ю. В. Множина неповних сум знакозмінного ряду Люрота та розподіли ймовірностей на ній / М. В. Працьовитий, Ю. В. Хворостіна // Наук. час. НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 1. Фіз-мат. науки. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2009. – №10. – С.14–28.
2. Хворостіна Ю. В. Основи метричної теорії зображення дійсних чисел знакозмінними рядами Люрота та найпростіші застосування / М. В. Працьовитий, Ю. В. Хворостіна // Наук. час. НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 1. Фіз-мат. науки. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2010. – №11. – С.102–118.
3. Хворостіна Ю. В. Випадкові неповні суми знакозмінного ряду Люрота, доданки якого утворюють однорідний ланцюг Маркова / Ю. В. Хворостіна // Наук. час. НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 1. Фіз-мат. науки. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. – №12. – С.37–46.
4. Хворостіна Ю. В. Властивості розподілу випадкової неповної суми заданого знакозмінного ряду Люрота з незалежними коефіцієнтами / М.В. Працьовитий, Ю.В.Хворостіна // Наук. час. НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 1. Фіз-мат. науки. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2013. – №15. – С.74–86.
5. Khvorostina Yu. Topological and metric properties of distributions of random variables represented by the alternating Lüroth series with independent elements / M. Pratsiovytyi, Yu. Khvorostina // Random Oper. Stoch. Equ. – 2013. – Vol. 21, no. 4. – P. 385–401.
6. Хворостіна Ю. В. Випадкова величина, символи зображення якої є випадковими величинами з марковською залежністю / М. В. Працьовитий, Ю. В. Хворостіна // Теорія ймовірностей та математична статистика. – К.: Вид-во ТНУ і МС. – 2014. – Випуск 91. – С.143-153.
7. Khvorostina Yu. The random incomplete sums of alternating Luroth series with elements forming a homogeneous Markov chain / Yu. Khvorostina // Fifth International Conference on Analytic Number Theory and Spatial Tessellations: Abstracts. – Kyiv: Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2013. – P. 100.
8. Хворостіна Ю. В. Спектральні властивості розподілу випадкових знакозмінних рядів Люрота, елементи яких утворюють однорідний ланцюг Маркова / М. В. Працьовитий, Ю. В. Хворостіна // IV міжнародна ганська конференція, присвячена 135 річниці від дня народження Ганса Гана, 30 червня – 5 липня 2014 р.: Тези доповідей. – Чернівці: Чернівецький національний університет імені Ю. Федьковича, 2014. – С.168-169.

Анотація. Хворостіна Ю.В. Концептуальні основи дослідження розподілів випадкових величин, пов'язаних зі знакозмінними рядами Лյорота.

Досліджується лебегівська структура розподілу (вміст дискретної, абсолютно неперервної та сингулярно неперервної компонент), спектральна структура сингулярного розподілу (належність розподілу до канторівського, салемівського чи квазіканторівського типу), тополого-метричні та фрактальні властивості спектра (мінімальної замкненої множини, на якій зосереджений розподіл) випадкових величин, які є: 1) сумою знакозмінного ряду Лյорота, натуральні елементи якого є випадковими величинами з наперед заданими дискретними розподілами (вивчаються випадки незалежності та марковської залежності); 2) випадковими неповними сумами заданих знакозмінних рядів Лյорота, коефіцієнти яких є незалежними випадковими величинами або випадковими величинами, які утворюють ланцюг Маркова. Для випадкової неповної суми заданого ряду з незалежними коефіцієнтами знайдено оцінку модуля характеристичної функції та досліджено його поведінку на нескінченності.

Ключові слова: знакозмінний ряд Лյорота, $\tilde{L}$ -зображення, лебегівська структура розподілу, спектральна структура сингулярного розподілу, розмірність Хаусдорфа-Безиковича носія, нескінченні згортки Бернуллі, неповна сума ряду, модуль характеристичної функції випадкової величини.

Аннотация. Хворостина Ю.В. Концептуальные основы исследования распределения случайных величин, связанных с знакопеременными рядами Лёроtha.

Исследуется лебеговская структура (содержание дискретной, абсолютно непрерывной и сингулярно непрерывной компонент), спектральная структура сингулярного распределения (является распределением канторовского, салемовского или квазиканторовского типа), тополого-метрические и фрактальные свойства спектра (минимальное замкнутое множество, на котором сосредоточено распределение) случайных величин, которые есть: 1) суммой знакопеременного ряда Лёроtha, натуральные элементы которого есть случайными величинами с наперед заданным распределением (изучаются случаи независимости и марковской зависимости); 2) случайными неполными суммами заданного знакопеременного ряда Лёроtha, коэффициенты которого есть независимыми случайными величинами или случайными величинами, которые образуют цепь Маркова. Для случайной неполной суммы заданного ряда с независимыми коэффициентами найдено оценку модуля характеристической функции и исследовано его поведение на бесконечности.

Ключевые слова: знакопеременный ряд Лёроtha, $\tilde{L}$ -представление, лебеговская структура распределения, спектральная структура сингулярного распределения, размерность Хаусдорфа-Безиковича носителя, бесконечные свертки Бернулли, неполная сумма ряда, модуль характеристической функции случайной величины.

Abstract. Khvorostina Yu. Conceptual framework for investigating the distribution of the random variables that are associated with alternating Lüroth series.

We consider the properties of the distributions of the sums of the random alternating Lüroth series. We study four classes of random variables. In the first class the random variables are represented by the alternating Lüroth series with independent elements. The second class is the random alternating Lüroth series which elements are random variables with Markovian dependence. The third class is the random subsums of given series with the

independence random coefficients. The fourth class is the random subsums of given series which coefficients form a homogeneous Markov chain. The content of discrete, absolutely continuous and singular continuous components in Lebesgue structure of distributions of these random variables is studied. In addition, the belonging of the singular distribution to Cantor, Salem or quasi-Cantor type is investigated. The topological, metric and fractal properties of the minimal closed support of the distribution of random variables are described. We proved the purity of the distribution of the first three classes of random variables. The conditions of belonging to each pure type of probability distribution are received. We give examples of the pure probability distributions and their mixtures for the fourth class. The problem of the spectral structure of the singular distribution of random variables, that represented by the alternating Luroth series with independent elements, are fully solved. The conditions, under which the distribution of other random variables, belong to the singular distribution of Cantor type are received.

Keywords: alternating Luroth series, $\tilde{L}$ -expansion, Lebesgue structure of probability distribution, spectrums structure of singular distribution, Hausdorff-Besicovitch dimension, infinite Bernoulli convolution, subsums of the series, modulus of the characteristic function of the random variable.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Шищенко І.В. Проблема математичної підготовки учнів-гуманітаріїв у наукових дослідженнях / Інна Шищенко // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 2 (5). – С. 83-91.

Shyshenko I. V. The Problem Of Mathematical Preparation Of Students From Classes With Humanitarian Profile In Scientific Research // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 2 (5). – P. 83-91.

УДК 37.016:51

Інна Шищенко

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна

ПРОБЛЕМА МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ УЧНІВ-ГУМАНІТАРІЇВ У НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Постановка проблеми. Цілком на часі сьогодні є проблема викладання предметів у сучасній старшій школі відповідно до профілю та рівня їх вивчення, тобто з урахуванням вимог диференціації навчання у старшій школі. Відповідно значна увага має бути приділена питанням підвищення якості математичної підготовки учнів класів з гуманітарним профілем навчання, оскільки майже четверта частина учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів обирає навчання у класах з гуманітарним профілем навчання, але вивчає математику як базовий предмет за програмою рівня стандарту. Проблемою математичної підготовки учнів класів з гуманітарним профілем навчання займалися і в теоретичних дослідженнях, і на практиці. Сьогодні її вивчення продовжується і не є завершеним.

Аналіз актуальних досліджень. Навчальна дисципліна математика у класах з гуманітарним профілем навчання є базовим предметом. Його вивчення регламентується передусім Державним стандартом базової та повної загальної середньої освіти [3], зміст якого вибудовано на засадах особистісно зорієнтованого, компетентнісного і діяльнісного підходів.

У Державному стандарті [3] проголошено, що основною метою освітньої галузі “Математика” є формування в учнів, зокрема, учнів класів з гуманітарним профілем навчання, математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам’яті, логіки, культури мислення та інтуїції.

Окрім Державного стандарту, вивчення математики регламентується також Навчальними програмами з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів [7]. У ході проведеного нами констатувального експерименту було визначено, що переважна більшість учнів класів з гуманітарним профілем навчання

вивчають математику за програмою рівня стандарту. Проте, за рахунок шкільного компонента адміністрація деяких навчальних закладів може додати ще одну годину на вивчення математики у класах цих профілів, і тому учні таких класів можуть опановувати математику на академічному рівні. Але нами таких випадків не виявлено.

Особливості математичної освіти учнів класів з гуманітарним профілем навчання висвітлено у ряді вітчизняних дисертаційних досліджень останніх років: Т.П. Гордієнко [1] (1998 р.), де представлено систему навчання фізики в 10-11 класах з гуманітарним профілем навчання; С.В. Іванової [5] (1999 р.), де обґрунтовано методику формування геометричних умінь старшокласників шкіл з гуманітарним профілем навчання; О.В. Панішевої [8] (2011 р.), де розкрито особливості формування готовності майбутніх учителів математики до роботи в класах з гуманітарним профілем навчання; З.О. Сердюк [12] (2011 р.), де обґрунтовано методику формування прийомів розумової діяльності учнів у процесі навчання математики в школах суспільно-гуманітарного напрямку; М.Г. Сімонової [13] (2012 р.), де розкрито проблему індивідуалізації навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання засобами елективних курсів. Розглянемо їх результати, аби у подальшому на них спиратися.

Мета статті – проаналізувати наукові дослідження, присвячені питанню математичної підготовки учнів-гуманітаріїв у сучасній старшій профільній школі.

Виклад основного матеріалу. У дисертаційному дослідженні Т.П. Гордієнко «Профільна диференціація навчання фізики в 10-11 класах середньої загальноосвітньої школи (гуманітарний профіль)» [1] у першому розділі коротко розглянуто досвід диференціації навчання у вітчизняній школі. Відзначається, що профільна диференціація має на меті розвиток особистості учня на основі знання і урахування його індивідуально-типових особливостей та передбачає створення сприятливих умов для реалізації кожним учнем його можливостей. З цієї точки зору цікавим є представлений у дисертації розподіл учнів 10-11 класів з гуманітарним профілем навчання за типами вищої нервової діяльності: мислительний, художній та середній типи. До кожного типу учнів наведено опосередковані психологічні портрети, що описують найбільш властиві їм риси, короткі характеристики основних пізнавальних процесів (пам'ять, мислення тощо), пізнавальних потреб та мотивів навчання стосовно різних шкільних предметів.

Як показують результати даного дослідження, серед учнів, які навчаються в класах з гуманітарним профілем навчання, присутні майже порівну представники художнього, мислительного та середнього типів. Це пояснюється різноманітним спектром мотивів, що приводили учнів у класи з гуманітарним профілем навчання, та відсутністю кваліфікованого психологічного відбору у профільні класи досліджуваних шкіл на той час. Крім цього, у дослідженні відзначається, що складність навчання фізики у класах з гуманітарним профілем навчання обумовлена головним чином тим, що основні поняття і закономірності в фізиці подаються математичною мовою, але й саме вивчення математики через високий рівень абстрактності представляє собою значну складність для учня з гуманітарним складом мислення. Заодно, у ході вивчення фізики учні мають використовувати математичні методи, якими учні класів з гуманітарним профілем навчання фактично не володіють, тому якість знань з фізики у таких класах різко знижується.

Розроблена Т.П. Гордієнко для вирішення вказаних проблем методична система навчання фізики у класах з гуманітарним профілем навчання будується на забезпеченні доступності навчального матеріалу, на посиленні образності у експерименті і поясненні вчителя, на використанні фрагментів з літературних та історичних творів, на

використанні спеціально сконструйованих завдань для контролю знань і самоконтролю учнів через пробудження інтересу та емоційності у сприйманні учнями матеріалу.

У дисертаційному дослідженні С.В. Іванової «Формування геометричних умінь старшокласників шкіл (класів) гуманітарного профілю» [5] відзначено, що значна кількість учнів навчається у школах (класах) гуманітарного спрямування, тобто таких, де поглиблено вивчають філологію, естетику, історію, юриспруденцію та інші гуманітарні дисципліни. Геометрія, як наголошується, є для учнів-гуманітаріїв непрофільною дисципліною, але її можливості для формування та розвитку творчих здібностей таких учнів мають бути використані повною мірою. У ході дослідження було встановлено також, що рівень сформованості геометричних умінь в учнів шкіл (класів) з гуманітарним профілем навчання низький, учні не володіють стратегіями пошуку нової геометричної інформації, не вміють застосовувати геометричні факти у варіативних ситуаціях, мають прогалини у знаннях, навичках та вміннях з курсу планіметрії, не вміють розв'язувати задачі обов'язкового рівня складності. Дана низка проблем доповнюється відсутністю знань про структуру, етапи, методи та прийоми розв'язання геометричних задач, значна кількість цих учнів має утруднення при переході зі звичайної на математичну мову, побудові зображень просторових фігур, встановленні взаємного розміщення геометричних фігур у просторі та інше.

С.В. Івановою вказано, що неохочість до математики характеризується: конкретним, неформалізованим сприйняттям матеріалу; домінуванням наочно-образного мислення; труднощами з оперуванням абстрактними категоріями, з узагальненням математичних відношень; відсутністю згорнутих форм математичних міркувань; недостатньо розвиненою пам'яттю на абстрактні математичні об'єкти та відношення. Цим обумовлено особливості геометричної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання:

- 1) домінування наочно-образного компонента;
- 2) основні функції діяльності – пізнавальна та розвиваюча;
- 3) спрямованість на формування раціонального стилю мислення;
- 4) операційно-орієнтований зміст прийомів діяльності (покрокові програми дій);
- 5) прикладна спрямованість;
- 6) має переважно емпіричний рівень.

З метою подолання вказаних проблем С.В. Івановою було запропоновано методiku формування геометричних вмінь учнів, яка враховує операційний склад умінь, рівні програмних вимог до їх формування, закономірності формування вмінь, специфіку просторового мислення учнів та передбачає посилення ролі мотивації. Встановлено, що навчання учнів-гуманітаріїв геометрії передбачає використання пояснювально-ілюстративних та репродуктивних методів з широким застосуванням наочності, впровадження фронтальної та індивідуальної форм організації навчальної діяльності учнів, застосування лекцій, семінарів на навчальних ділових ігор, використання новітніх інформаційних технологій. Як і у попередньому дослідженні, встановлено, що методика має бути орієнтована на діалогічні, емоційно забарвлені стосунки вчителя з учнями, що ґрунтуються на співробітництві.

У дисертаційному дослідженні О.В. Панішевої «Формування готовності майбутніх учителів математики до роботи в класах гуманітарного профілю» [8] вказано, що класи з гуманітарним профілем навчання є одними з найпоширеніших у старшій школі. На основі результатів опитування вчителів математики, які працюють з гуманітаріями, встановлено такі проблеми навчання математики учнів цих класів: недостатня мотивація школярів до вивчення математики, зменшення кількості годин на

вивчення математики, нерозробленість психологічного супроводу та навчально-методичного забезпечення профільного навчання, педагоги відчувають утруднення, пов'язані з домінуванням правої півкулі цієї категорії учнів, що зумовлює специфіку викладання їм предмета. Відповідно майбутніх вчителів математики необхідно цілеспрямовано готувати до врахування психолого-педагогічних особливостей учнів-гуманітаріїв у процесі навчання математики.

У дисертаційному дослідженні З.О. Сердюк «Формування прийомів розумової діяльності учнів у процесі вивчення математики в школах і класах суспільно-гуманітарного напрямку» [12] до класів суспільно-гуманітарного напрямку віднесено наступні навчальні профілі – філологічний, історико-правовий, юридичний, лінгвістичний та інші. Відзначається, що труднощі в учнів класів суспільно-гуманітарного напрямку у вивченні математики найчастіше виникають через: недостатню мотивацію вивчення деяких програмових тем; брак часу внаслідок великої завантаженості вивченням інших (профільних) предметів; складність у засвоєнні теоретичного матеріалу з математики, особливо стереометрії; відсутність зв'язку між теоретичним матеріалом та його практичним застосуванням. Як засвідчує автор, якість навчання математики в класах суспільно-гуманітарного напрямку з кожним роком знижується.

З.О. Сердюк відзначає також, що навчальний процес з математики в класах суспільно-гуманітарного напрямку повинен бути організований з урахуванням, крім відомих підходів – комплексного, системного, діяльнісного, особистісно орієнтованого, ще й семіотичного підходу. Виявлено, що в процесі навчання математики в класах, як найбільш ефективні, є такі прийоми: подання нового матеріалу невеликими порціями (мініблоками); організація засвоєння кожного мініблоку як відносно самостійного дидактичного циклу, а сукупності мініблоків, винесених на окремий урок, – як інтеграційного дидактичного циклу; переважне використання пояснювально-ілюстративного і репродуктивного методів навчання, застосування елементів евристичного навчання математики; застосування інформаційно-комунікаційних технологій; створення і використання дидактично-виваженої системи запитань і завдань, прив'язаних до кожного об'єкта засвоєння (поняття, математичного факту, способу діяльності); організація групової (на етапах засвоєння, закріплення нових знань), фронтальної (на етапах засвоєння нових знань, їх закріплення і повторення, а також відпрацювання навичок і вмінь) та індивідуальної роботи учнів.

У дисертаційному дослідженні М.Г. Симонової «Індивідуалізація навчання математики учнів гуманітарного профілю засобами елективних курсів» [13] зафіксовано обмеженість програм із математики, факультативних курсів і курсів за вибором для профілю «Іноземна філологія» та наголошено на необхідності практичного розширення математичного змісту для даного профілю. М.Г. Симонова відзначає, що необхідність комплексного застосування учнями класів гуманітарного профілю навчання математичних знань у подальшій практичній діяльності вимагає проектування процесу навчання математики з урахуванням трьох типів напрямів індивідуалізації (характеристики особистості учня, особистісні інтереси учня, індивідуальне педагогічне прогнозування в розвитку, навчанні та вихованні учнів класів з гуманітарним профілем навчання) і психолого-педагогічних особливостей сприйняття та опанування учнями-гуманітаріями математики (наочно-образне мислення, інтерес до прикладних і міжпредметних аспектів змісту, індивідуальних завдань та лабораторних робіт, що зорієнтовані на практичні побудови, обчислення, моделювання, дослідження).

Також нами було проаналізовано базу даних дисертаційних досліджень Російської Федерації на предмет виявлення робіт, пов'язаних з проблемами

природничо-математичної освіти учнів класів з гуманітарним профілем навчання. Переважна більшість виявлених досліджень пов'язана з проблемами навчання фізики у цих класах, зокрема дисертації Гуріної Т.О. «Технологія навчання фізики учнів класів гуманітарного профілю» (2001 р.) [2], Прага В.О. «Організаційно-педагогічні основи методичної системи навчання фізики у класах гуманітарного профілю» (2002 р.) [10], Серафімової Л.П. «Методика використання динамічної моделі фізичного пізнання у базовій підготовці з фізики учнів класів з гуманітарним профілем навчання» (2003 р.) [11], Первушиної М.О. «Фізика у школах гуманітарного профілю» (2006 р.) [9], Швальової Т.В. «Організація самостійної роботи учнів при навчанні фізики у класах гуманітарного профілю» (2006 р.) [16], Філатової Н.О. «Структурування навчальної інформації на уроках фізики у класах гуманітарних профілів» (2007 р.) [14].

У цих дисертаціях наголошується, що вчителі фізики, які працюють у класах з гуманітарним профілем навчання, як правило, знаходяться у складному становищі, оскільки при зменшенні кількості годин, відведених на вивчення фізики, мають скорочувати навчальний матеріал, кількість розв'язуваних задач, практичних робіт, послаблюють творчу спрямованість завдань, не приділяють належної уваги філософським ідеям змісту курсу фізики. Організація навчання фізики у класах і школах з гуманітарним профілем навчання має базуватися на узгодженні міжпредметних зв'язків фізики і математики, оскільки математичні труднощі, з якими зустрічаються ці учні, викликають негативне ставлення до освітнього процесу. Процес навчання фізики у школах і класах з гуманітарним профілем навчання має носити особливий характер в силу особливостей контингенту учнів, зокрема, вказуються такі особливості: конкретно-образний тип мислення, орієнтований на чуттєву, емоційну оцінку оточуючого світу, складно сприймають інформацію на слух, мають складності у розумінні абстрактного матеріалу, мають низький рівень мотивації до вивчення природничо-математичних дисциплін. Вивчення стану проблеми дослідження на основі аналізу цих дисертацій виявило ряд протиріч між необхідністю у знаннях з природничо-математичних дисциплін для учнів класів з гуманітарним профілем навчання та слабкою забезпеченістю освітнього процесу з методичної точки зору; між незаперечною роллю природничо-математичних дисциплін у формуванні у школярів сучасного світорозуміння і загальної культури і зниженням у них інтересу до їх вивчення; між необхідністю збереження наукового рівня знань у процесі навчання природничо-математичних дисциплін учнів класів з гуманітарним профілем навчання і труднощами у сприйнятті ними навчальної інформації тощо. У цих дисертаційних дослідженнях визначені такі напрями удосконалення методичної системи навчання фізики у класах з гуманітарним профілем навчання, як включення у зміст курсу фізики положень про методи природничо-наукового пізнання, використання дослідницьких методів пізнання, конкретизація рівнів досягнень учнів при вивченні різних складових курсу фізики, включення різних видів самостійної роботи учнів тощо.

Також нами було проаналізовано дослідження Хвостенко О.Є., присвячене методиці навчання алгебри і початкам аналізу у 10-11 класах гуманітарного профілю з використанням комп'ютера (2000 р.) [15], Єлізарової Н.А., присвячене методичним особливостям вивчення функцій у класах гуманітарного спрямування профільної школи (2004 р.) [4], та Кузьмінової І.В., присвячене методиці формування готовності учнів до вивчення геометрії у старших класах гуманітарного профілю (2005 р.) [6].

Відзначається, що значення математичної освіти в класах з гуманітарним профілем навчання багатостороннє, проте важливо враховувати той факт, що учні цих класів в основному завершують свою математичну освіту в середній школі. У сучасних

підходах до модернізації математичної освіти у Російській Федерації головна роль відводиться навчальній та розвиваючій функціям навчання, диференціації та гуманітаризації математичної освіти. Курс геометрії перебудовується у напрямку розвитку просторового мислення, більш результативного використання взаємозв'язків образного і логічного компонентів мислення учнів. Перенесення акценту з операційних умінь учнів на евристичні стосується удосконалень курсу алгебри. Вивчення цих робіт показує, що використання традиційних методів та засобів навчання явно не достатньо старшокласникам класів з гуманітарним профілем навчання для вивчення алгебри і почав аналізу. Як показують ці дослідження, учні класів з гуманітарним профілем навчання відчують значні труднощі, і в першу чергу, психологічного характеру у вивченні математики: копіювання з дошки написаного вчителем, механічне запам'ятовування, що веде до перевантаження, стресових станів, почуття власної неповноцінності, інтереси учнів-гуманітаріїв не пов'язані з математикою, яка, з іншого боку, є для них обов'язковим базовим предметом. Ефективність навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання багато в чому залежить не тільки від розробки програм, підручників, відповідних даному профілю, але і від психологічної готовності учнів до засвоєння предмета. У цих дослідження подано наступні рекомендації щодо процесу навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання: використання історичного підходу до розгляду основних питань курсу; емоційна насиченість і подача матеріалу; опора на образний компонент сприйняття; використання принципу від «простого до складного»; теоретичний матеріал, зразки записів, які даються при доведенні теорем або розв'язанні завдань мають відобразити головні етапи міркувань і подані у вигляді графічних образів (схем і таблиць); вчитель має цілеспрямовано використовувати психолого-педагогічний особливості цих учнів, підтримувати атмосферу «психологічної комфортності».

Висновки. За результатами дослідження можна зробити такі висновки.

1. Усі названі вище дослідники зазначають, що:

а) вивчення математики в класах з гуманітарним профілем навчання викликає у учнів значні труднощі;

б) для розв'язання проблем математичної освіти учнів класів з гуманітарним профілем навчання надзвичайно важливою є постійна та цілеспрямована робота з діагностування індивідуально-типових особливостей цих учнів.

2. Розроблені авторами методичні напрацювання стосуються розв'язання проблем їх індивідуальних дисертаційних досліджень процесу навчання математики учнів-гуманітаріїв і лише частково торкаються проблеми активізації пізнавальної діяльності учнів, яка має розв'язуватися як самостійна проблема наукового дослідження.

Список використаних джерел

1. Гордиенко Т.П. Профильная дифференциация обучения физике в 10-11 классах средней общеобразовательной школы (гуманитарный профиль): дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.02 / Татьяна Петровна Гордиенко. – К., 1998. – 210 с.
2. Гурина Т.А. Технологии обучения физике учащихся классов гуманитарного профиля: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика)» / Т.А. Гурина. – М., 2001. – 16 с.
3. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.mon.gov.ua/ua/often-requested/state-standards/>

4. Елизарова Н.А. Методические особенности изучения функции в классах гуманитарного направления профильной школы: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / Н.А. Елизарова. – Орел, 2004. – 18 с.
5. Іванова С.В. Формування геометричних умінь старшокласників шкіл (класів) гуманітарного профілю: дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.02 / Світлана Володимирівна Іванова. – К., 1999. – 178 с.
6. Кузьминова И.В. Методика формирования готовности учащихся к изучению геометрии в старших классах гуманитарного профиля: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / И.В. Кузьминова. – М., 2005. – 16 с.
7. Математика. Навчальні програми для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <www.mon.gov.ua>. – Загол. з екрану. – Мова укр.
8. Панішева О.В. Формування готовності майбутніх учителів математики до роботи в класах гуманітарного профілю: дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.04 / Ольга Вікторівна Панішева. – Луганськ, 2011. – 254 с.
9. Первушина М.О. Физика в школах гуманитарного профиля: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика)» / М.О. Первушина. – СПб, 2006. – 16 с.
10. Праг В.А. Организационно-педагогические основы методической системы обучения физике в классах гуманитарного профиля: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: спец. 13.00.01; спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика)» / В.А. Праг. – Вологда, 2002. – 25 с.
11. Серафимова Л.П. Методика использования динамической модели физического познания в базовой подготовке по физике учащихся классов с гуманитарным профилем обучения: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика)» / Л.П. Серафимова. – Красноярск, 2003. – 24 с.
12. Сердюк З.О. Формування прийомів розумової діяльності учнів у процесі вивчення математики в школах і класах суспільно-гуманітарного напрямку: дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.02 / Зоя Олексіївна Сердюк. – Черкаси, 2011. – 245 с.
13. Симонова М.Г. Індивідуалізація навчання математики учнів гуманітарного профілю засобами елективних курсів: дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.02 / Марія Геннадіївна Симонова. – Черкаси, 2012. – 267 с.
14. Филатова Н.О. Структурирование учебной информации на уроках физики в классах гуманитарных профилей: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика)» / Н.О. Филатова. – М., 2007. – 19 с.
15. Хвостенко Е.Е. Методика обучения алгебре и началам анализа в 10-11 классах гуманитарного профиля с использованием компьютера: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / Е.Е. Хвостенко. – Махачкала, 2000. – 20 с.
16. Швалева Т.В. Организация самостоятельной работы учащихся при обучении физики в классах гуманитарного профиля: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика)» / Т.В. Швалева. – Томск, 2006. – 19 с.

Анотація. Шишенко І.В. Проблема математичної підготовки учнів-гуманітаріїв у наукових дослідженнях.

Стаття присвячена аналізу наукових досліджень з питань математичної підготовки учнів-гуманітаріїв у сучасній старшій профільній школі. Відзначається, що вивчення математики у класах з гуманітарним профілем навчання регламентується передусім Державним стандартом базової та повної загальної середньої освіти, Навчальними програмами з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів, а особливості математичної освіти учнів класів з гуманітарним профілем навчання висвітлено у ряді вітчизняних та зарубіжних дисертаційних досліджень останніх років. За результатами теоретичного аналізу зроблено висновки, що вивчення математики в класах з гуманітарним профілем навчання викликає у учнів значні труднощі, а для розв'язання проблем математичної освіти учнів класів з гуманітарним профілем навчання надзвичайно важливою є постійна та цілеспрямована робота з діагностування індивідуально-типових особливостей цих учнів. Також розроблені авторами методичні напрацювання лише частково торкаються проблеми активізації пізнавальної діяльності цих учнів.

Ключові слова: навчання математики, учні класів з гуманітарним профілем навчання, математична підготовка.

Аннотация. Шишенко И.В. Проблема математической подготовки учащихся-гуманитариев в научных исследованиях.

Статья посвящена анализу научных исследований по вопросу математической подготовки учащихся-гуманитариев в современной старшей профильной школе. Отмечается, что изучение математики в классах с гуманитарным профилем обучения регламентируется прежде Государственным стандартом базового и полного общего среднего образования, Учебными программами по математике для учащихся 10-11 классов общеобразовательных учебных заведений, а особенности математического образования учащихся классов с гуманитарным профилем обучения отражены в ряде отечественных и зарубежных диссертационных исследований последних лет. По результатам теоретического анализа сделаны выводы, что изучение математики в классах с гуманитарным профилем обучения вызывает у учащихся значительные трудности, а для решения проблем математического образования учащихся классов с гуманитарным профилем обучения чрезвычайно важна постоянная и целенаправленная работа по диагностике индивидуально-типических особенностей этих учащихся. Также разработанные авторами методические наработки лишь частично затрагивают проблему активизации познавательной деятельности этих учащихся.

Ключевые слова: обучение математике, учащиеся классов с гуманитарным профилем обучения, математическая подготовка.

Abstract. Shyshenko I.V. The problem of mathematical preparation of students from classes with humanitarian profile in scientific research.

The article is devoted to research on mathematical training of students-humanists in modern senior profile school. It is noted that the study of mathematics in classes with a humanitarian profile of training is regulated primarily by the State standard of basic and complete general secondary education, curricula in mathematics for pupils of 10-11 classes of comprehensive schools, and particularly of the mathematical education of pupils of classes

with a humanitarian profile of training covered in the number of domestic and foreign dissertation research of recent years. According to the results of the theoretical analysis it is concluded that learning mathematics in classes with a humanitarian profile of training causes considerable difficulties in students, and for solution problems of mathematical education of pupils of classes with a humanitarian profile of training the constant and purposeful work with the diagnosing of individual-typical characteristics of these students is extremely important. Also developed by the authors methodological practice only partially address the problem of activization of cognitive activity of these students.

Keywords: teaching mathematics, students from classes with humanitarian profile, mathematical training.

АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК

Безвербний І.	7	Погребний В.	58
Дорошева Л.	15	Пухно С.	39
Друшляк М.	65	Семеніхіна О.	65
Кузьменко О.	23	Хворостіна Ю.	73
Лукашова Т.	29	Шишенко І.	83
Максименко Т.	39	Шишкіна М.	7
Петренко С.	49		

Наукове видання

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА

Науковий журнал

ВИПУСК 2 (5)

Друкується в авторській редакції
Матеріали подані мовою оригіналу

Відповідальний за випуск
О.В. Семеніхіна

Комп'ютерна верстка
О.М. Удовиченко

Фізико-математичний факультет
СумДПУ імені А.С. Макаренка
вул. Роменська, 87
м. Суми, 40002
тел. (0542) 68 59 10

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>